

## ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРОЛЕТНОГО СТРОЕНИЯ ИВАНЧИЦКОГО ВИАДУКА

У роботі досліджено власні коливання у вертикальній і горизонтальній площині Іванчицького віадук. Запропоновано ряд схем, що дозволяють визначити частоти за більш простими залежностями.

*Ключові слова:* власні коливання, площина, віадук, частота

В работе исследованы собственные колебания в вертикальной и горизонтальной плоскости Иванчицкого виадука. Предложено ряд схем, позволяющих определить частоты по более простым зависимостям.

*Ключевые слова:* собственные колебания, плоскость, виадук, частота

In this paper, we studied the natural oscillations in the vertical and horizontal surface of viaduct of Ivanci. A number of schemes which allow determining the frequency on a more simple dependencies are given.

*Keywords:* natural oscillations, surface, viaduct, frequency

В данной работе исследованы собственные колебания Иванчицкого виадука (в вертикальной и горизонтальной плоскости) с учетом реальной жесткости опор. Виадук с точки зрения расчетной модели является системой близкой к регулярной (квазирегулярной): по высоте опор, по длине пролетных строений. Именно в этой связи предложено несколько расчетных моделей.

Иванчицкий виадук (рис. 1) является одним из старейших металлических железнодорожных

мостов в Чехии. Расположен недалеко от города Иванчи. Перекрывает долину реки Иглавы шириной 450 м.

Мост был построен в 1868-1870 г.г. в бывшей Австро-Венгрии одновременно с постройкой пути Вега-Брно, которую осуществляла французская сталелитейная фирма Кайан с применением сварочного железа. В проектировании клепаных конструкций сооружения приняло участие бюро А. Г. Эйфеля.

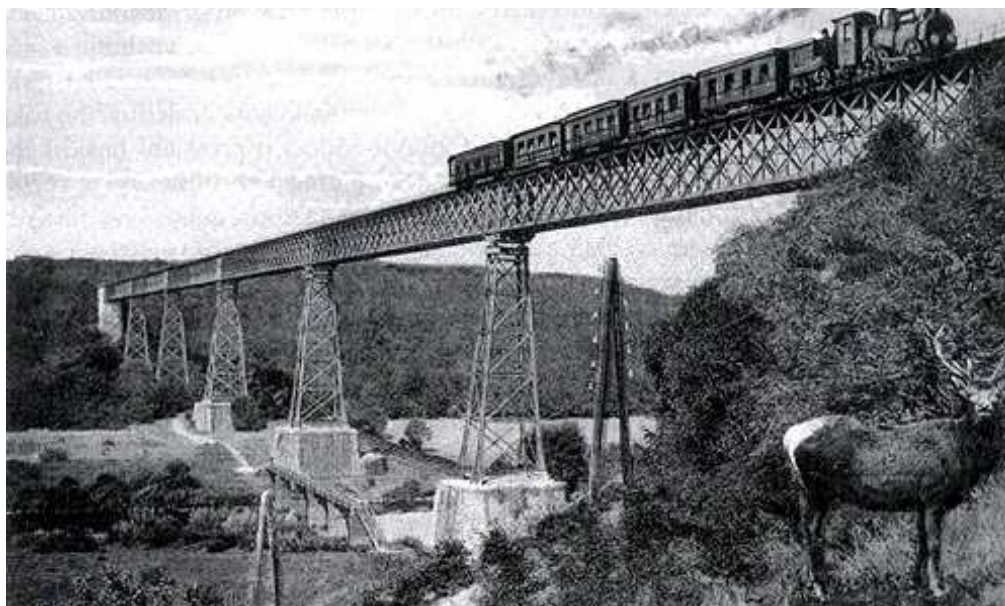


Рис. 1. Иванчицкий виадук.

Виадук представляет собой сквозную неразрезную ферму с 6 пролетами ( $61,35+4 \times 62,7+61,35$  м, т.е. 373,5 м), что позволяет рассматривать его как регулярную или квазирегулярную систему. Мост однопутный с ездой поверху. Несущая конструкция образована двумя глав-

ными неразрезными фермами с параллельными поясами четырехкратной системы со стойками.

Мост стоял первоначально на чугунных столбах, которые, после появления на них трещин, были заменены сквозными фермами. Они

были построены сталелитейным заводом Ревиза в 1902 г. из сварочного железа [1].

Опора представляет собой пространственную сквозную систему (рис. 2). Для статического расчета прогиба под действием единичной горизонтальной силы  $P=1$  в поперечном направлении представим ее как балку переменного сечения закрепленную внизу и свободную вверху.

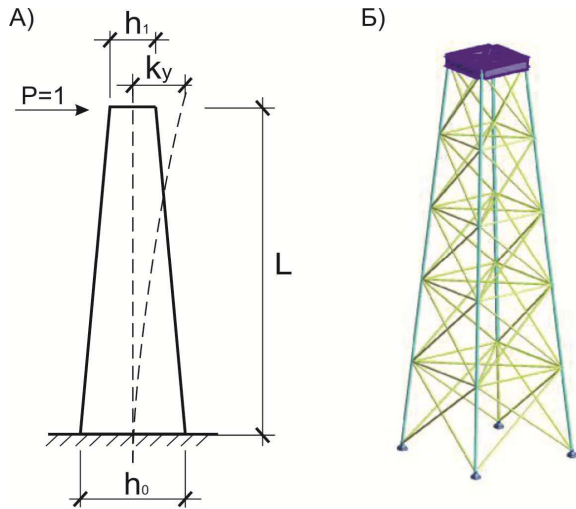


Рис. 2. Схема опоры:

А) – для определения жесткости опоры в горизонтальной плоскости по формулам, Б) – МКЭ-модель для определения вертикальных перемещений от единичной нагрузки

Так как площадь всех 4 стоек одинакова, а по длине сечение переменное, то момент инерции такой балки согласно [1] определяется по формуле:

$$I(x) = Fh^2(x) = I_0(1 - v\xi)^2 \quad (1)$$

Где  $\xi = x/L$ ;  $h(x) = h_0(1 - v\xi)$ ;  $v = 1 - h_1/h_0$ ;

$h_0 = h(0)$ ,  $h_1 = h(L)$  – ширина поясов эстакады в точке  $x=0$ ,  $x=L$ ;  $L$  – высота эстакады;

$I_0 = I(0) = Fh_0^2$  – момент инерции при  $x=0$ .

Тогда для прогиба  $y(x)$  получим дифференциальное уравнение:

$$y''(x) = -\frac{M(x)}{EI(x)}, \quad (2)$$

где  $M(x) = -PL(1 - \xi)$  – изгибающий момент на консоли от силы  $P$ , действующей на конце ( $x=L$ ).

Если в (2) подставить выражение для  $I(x)$  и  $m(x)$ , после двойного интегрирования с при-

менением краевых условий ( $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ) имеем следующее выражение:

$$y(x) = \frac{PL^3}{EIv^2} \left[ (2-v)\xi + \left( \frac{2}{v} - 1 - \xi \right) \ln(1-v\xi) \right] \quad (3)$$

На конце ( $x=L$ ;  $\xi=1$ ) прогиб балки будет равен

$$y(L) = \frac{PL^3}{EI_0 v^2} \left[ (2-v) + \left( \frac{2}{v} - 2 \right) \ln(1-v) \right] \quad (4)$$

Если в выражение поставить данные опоры моста, т.е.  $L = 27,365$  м,  $F = 418$  см<sup>2</sup>,  $h_0 = 8$  м,  $h_1 = 3,6$  м,  $v = 1 - 0,45 = 0,55$ ,  $I_0 = 2,68$  м<sup>4</sup>,  $E = 2,1 \cdot 10^7$  т/м<sup>2</sup>, то получим для  $P=1$ :

$$k_y = y(L) = 1,681 \cdot 10^{-4} \text{ м/т};$$

$$1/k_y = 1/1,681 \cdot 10^{-4} = 5948 \text{ т/м}.$$

Расчетная схема моста в горизонтальной плоскости представляет собой шестипролетную балку на крайних жестких и центральных упругих опорах (рис. 3, Б). В вертикальной плоскости – в данном исследовании с незначительной погрешностью (см. далее) – шестипролетную балку на жестких опорах (см. рис. 3, А).

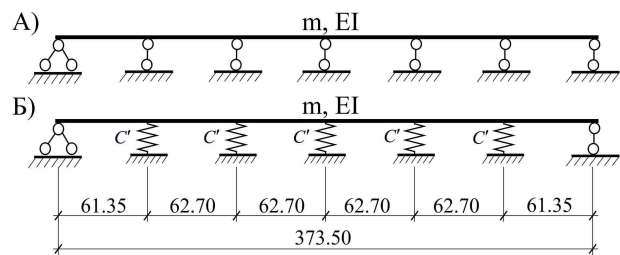


Рис. 3. Расчетная схема пролетного строения:

А) – со всеми жесткими опорами, Б) – на центральных упругих опорах

Определим относительную приведенную жесткость опоры в горизонтальной плоскости относительно первого пролета, равного 61,35 м по формуле

$$c' = \frac{c_0 L_1^3}{E_1 I_1} \quad (5)$$

где  $c_0 = 1/k_y = 5948$  т/м – жесткость упругой опоры;  $L = 61,35$  м;  $F = 266$  см<sup>2</sup>;  $h = 3,6$  м;  $I = Fh^2 = 0,345$  м<sup>4</sup>;  $E = 2,1 \cdot 10^7$  т/м<sup>2</sup>.

Подставляя указанные значения в формулу (5), получим значение относительной приведенной жесткости – 190.

Определив перемещения опоры в вертикальной плоскости с использованием Robot Structural Analysis (конечно-элементная модель опоры приведена выше на рис. 2, Б) получим жесткость упругой опоры. Жесткость опоры в вертикальной плоскости будет равна  $c_{0\text{верт}} = 226110$  т/м.

Подставляя значения в формулу (5), получим относительную приведенную жесткость опоры в вертикальном направлении 3250.

При определении жесткости упругой опоры в горизонтальном и вертикальном направлении необходимо также учитывать жесткость самого пролетного строения от действия приложенной сосредоточенной силы. Жесткость определяется как для балки на упругих опорах (значение упругости которых равно вычисленному) при единичном поочередном смещении каждой опоры. Однако в данном случае жесткость пролетного строения в горизонтальном направлении на порядок меньше жесткости опоры, и равна 360 т/м.

На рис. 4 приведен график изменения частотных коэффициентов регулярной балки на упругих опорах в зависимости от количества пролетов.

Значения частот для регулярной схемы на крайних жестких опорах и центральных упругих вычислялись по формуле [3]:

$$\frac{sh\lambda_i}{ch\lambda_i - \cos\beta_i} - \frac{\sin\lambda_i}{\cos\lambda_i - \cos\beta_i} = \frac{2\lambda_i^3}{c'} \quad (6)$$

где  $\lambda_i$  – частотный коэффициент,  $c'$  – относительная жесткость упругих опор.

На графике прерывистыми линиями отмечены частотные параметры, соответствующие частотам первой зоны сгущения для шестипролетной балки. Также отмечены кривые изменения частотных коэффициентов, соответствующие полученным жесткостям упругих опор.

По графику на рис. 4 видно, что не учет фактической жесткости центральных опор при определении частот горизонтальных колебаний влечет за собой значительную погрешность. Так, для последней частоты первой зоны сгущения ошибка определения частоты может составить ~100 %, увеличиваясь от первых частот к последним.

Геометрические характеристики пролетного строения для динамического расчета приведены в табл. 1

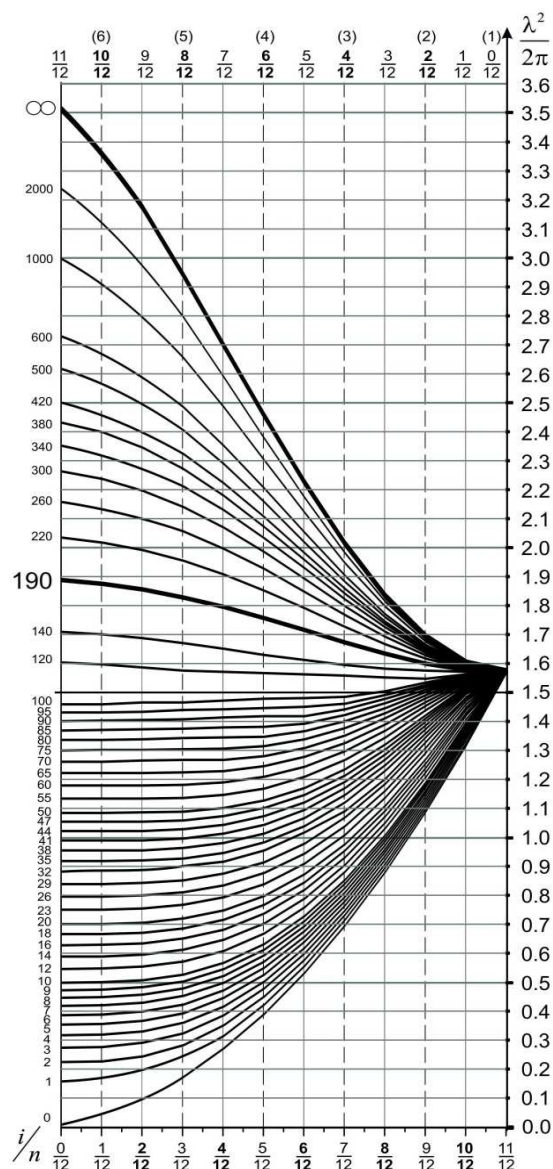


Рис. 4. График-номограмма изменения частотного параметра регулярной балки на центральных упругих опорах в зависимости от количества пролетов

Определим собственные частоты колебаний в вертикальной и горизонтальной плоскостях для следующих расчетных схем (рис. 5):

1. соответствующая исходной разбивке на пролеты –  $61,35+4\times 62,7+61,35$  м;
2. все пролеты одинаковы, и равны 62,7 м;
3. все пролеты одинаковы, крайние пролеты отброшены, а оставшаяся 4-х-пролетная балка по схеме  $4\times 62,7$  м;
4. все пролеты одинаковы, крайние пролеты и один средний отброшены, оставшаяся 3-х-пролетная балка соответствует схеме  $3\times 62,7$  м;
5. разбивка на пролеты аналогична п. 1, опоры упругие (для колебаний в вертикальной плоскости).

Таблица 1

Характеристики	Ед. изм.	Значения
Расстояние между главными фермами	м	3,60
Полная длина пролетного строения	м	373,5
Высота фермы	м	5,0
Погонный вес	т/п.м	3,25
Момент инерции фермы (для определения частот в вертикальной плоскости)	м <sup>4</sup>	0,78
Момент инерции фермы (для определения частот в горизонтальной плоскости)	м <sup>4</sup>	0,345
Жесткость упругих опор (в горизонтальной плоскости)	т/м	5948
Жесткость упругих (промежуточных) опор в вертикальной плоскости	т/м	226110

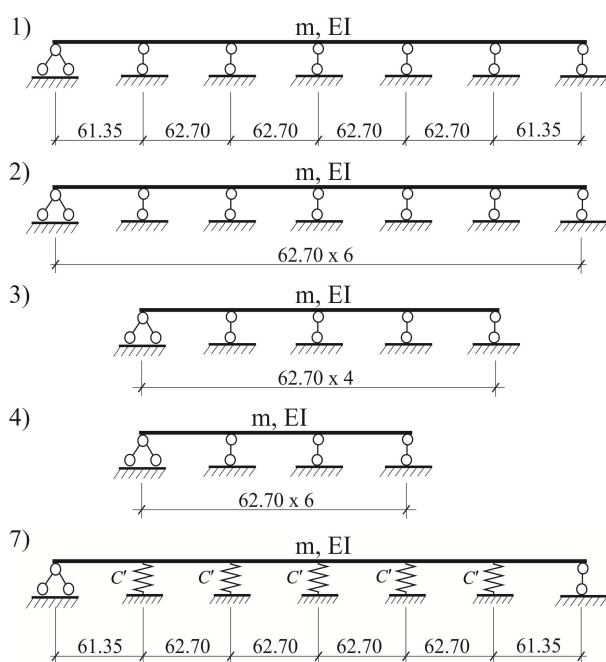


Рис. 5. Расчетные схемы для определения частот в вертикальной плоскости

При определении собственных частот колебаний в вертикальной плоскости, схема рассматривается в виде балки на жестких (п.п. 1-4) и на упругих (п. 5) опорах. При определении колебаний в горизонтальной плоскости – центральные опоры упругие, крайние жесткие (п.п. 1-4). Для схем 3 и 4 при рассмотрении колебаний в горизонтальной плоскости крайние опоры остаются жесткими.

Для определения собственных частот нерегулярной 6-ти пролетной балки воспользуемся МКЭ. Для данной схемы частотная матрица будет размерностью  $24 \times 24$ , что накладывает ограничение на возможность приведения ее в тексте статьи.

В табл. 2 приведены собственные частоты вертикальных колебаний фермы, полученные в результате эксперимента, результаты расчета по 4-м схемам, приведенным выше, а также результаты расчета, выполненного сотрудниками научно-исследовательской лаборатории мостов (Прага) [1].

Таблица 2

№№ частот	Собственные частоты вертикальных колебаний фермы, Гц							эксперимент [1]
	теория, №№ расчетных схем							
	1	2	3	4	5 [1]	6 [1]	7	
1	2,847	2,809	2,809	2,809	2,74	2,79	2,847	2,76
2	3,103	3,026	3,278	3,600	2,97	3,04	3,094	3,06
3	3,676	3,600	4,389	5,257	3,50	3,59	3,637	3,56
4	4,456	4,389	5,671	11,238	4,29	4,35	4,365	4,49
5	5,307	5,257	11,238	12,807	5,14	5,19	5,136	5,06
6	6,048	6,027	12,195	15,712	5,85	5,91	5,786	5,70

Так, в таб. 2 номеру схемы 5 соответствует исходная схема (первая), частоты которой найдены с помощью метода деформаций. Схе-

ме 6 соответствует вторая схема, в которой все пролеты приняты одинаковыми (аналог второй



схемы) – частоты найдены также с помощью метода деформаций.

Результаты расчетов для схем 1-4, 7 были проверены путем параллельного расчета в расчетном комплексе, реализующем МКЭ (SCAD 11.3). Рассматривая данное пролетное строение как 4-х пролетную балку, можно с достаточной точностью получить частоты по первым четырем формам. Принимая расчетную схему в виде трехпролетной балки на жестких опорах можно получить все частоты по косисимметричным формам (т.к. трехпролетная балка является половиной шестипролетной балки). Частоты по первым трем формам можно было бы также определить, используя график, приведенный выше на рис. 4. Для этого необходимо опреде-

лить частоты регулярной балки, с пролетом, равным полной длине существующего ПС разделенного на количество пролетов.

Исходя из приведенных выше в табл. 2 значений частот, можно отметить, что в данном случае из первых четырех вариантов схем наиболее близки к результатам, полученным в результате эксперимента, находятся частоты по 2-й схеме (регулярная 6-ти пролетная балка).

В табл. 3 приведены собственные частоты горизонтальных колебаний фермы. Номера схемы 5 соответствуют частоты, найденные для регулярной (равнопролетной) балки на жестких опорах – аналогу схемы 2. В схеме 6 учитывается упругость промежуточных опор.

Таблица 3

Собственные частоты горизонтальных колебаний фермы, Гц							
№№ частот	теория, №№ расчетных схем						эксперимент [1]
	1	2	3	4	5 [1]	6 [1]	
1	1,893	1,868	1,868	1,868	1,83	1,83	1,86
2	1,957	1,915	1,967	2,029	1,98	1,88	
3	2,042	2,029	2,156	2,263	2,33	2,00	3,40
4	2,15	2,156	2,302	4,595	2,86	2,13	
5	2,256	2,263	4,396	5,901	3,42	2,2	5,50
6	2,328	2,330	5,154	7,474	3,90	2,32	

По результатам, приведенным в табл. 3, видно, насколько могут быть частоты близки к друг другу в случае нахождения жесткости опор в непосредственной близости от критической жесткости. Первая частота с достаточной точностью может быть найдена по всем схемам. Несовпадение второй и третьей частоты, полученных в результате эксперимента, можно объяснить сложностью определения близких частот – так, для схемы № 1 первые 3 частоты располагаются в 10 %-ом интервале.

Как и для предыдущей расчетной схемы верен вывод о том, что для симметричной шестипролетной квазирегулярной балки можно рассматривать ее половину – по трехпролетной схеме.

При определении частот в вертикальной плоскости и горизонтальной плоскости можно также воспользоваться графиком, приведенным выше на рис. 4. В обоих случаях графики позволяют определить все частоты первой зоны сгущения.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

- результаты вычислений показали хорошую сходимость с экспериментальными данными;

- подтверждается вывод о том, что при небольших нерегулярностях расчетной схемы по длинам пролетов возможно ее приведение к регулярной схеме;

- о необходимости определения фактической жесткости промежуточных опор и необходимости принятия во внимание самой конструкции промежуточной опоры. В вертикальной плоскости, если не возникает необходимости в точном получении высших частот первой зоны и частот 2 т.д. зон сгущения, принятие жесткости промежуточной опоры равной бесконечности обеспечивает требуемую точность. Для жесткости опоры в горизонтальном направлении необходимо учитывать ее фактическую жесткость, в случае если данный мост по своей схеме близок к виадуку;

- в случае незначительной нерегулярности можно с погрешностью в пределах 1...3 % определить частоты по графику-номограмме.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Экспериментальное и теоретическое изучение динамического воздействия на мосты электро-возов, тепловозов, газотурбоповозов и новых типов большегрузных вагонов [Текст] : отчет о НИР, раздел 1/21 Исследование динамического воздействия железнодорожных нагрузок на стальные опоры мостов 26-1/60 / Исслед. ин-т транспорта; рук. доц. инж. Фриба Л. – Прага: 1964. – 47 с.
2. Ананьев, И. В. Справочник по расчету собственных колебаний упругих систем [Текст] / И. В. Ананьев. – М.: 1946. – 224 с.
3. Солдатов, К. И. Свободные колебания регулярных балок некоторых мостовых конструкций на упругих опорах [Текст]: дис. ...канд. тех. наук: 5.23.01 :– Д.: 1972. – 220 с.
4. Железняк, Г. С. Исследование собственных колебаний квазирегулярной трехпролетной балки [Текст] / Г. С. Железняк, К. И. Солдатов // Вісник ДПТУ. – Д.: 2005. – С. 166-173.
5. Солдатов, К. И. Дослідження динаміки нерегулярних по довжинах прольотів мостових конструкцій [Текст] / К. И. Солдатов, Г. С. Железняк, К. В. Гуржий// Вісник ДПТУ. – Д.: 2004, – С. 221-226.
6. Железняк, Г. С. Исследование собственных колебаний квазирегулярной трехпролетной балки на упругих опорах при нерегулярности по длинам пролетов [Текст] / Г. С. Железняк / Дороги і Мости: зб. наук. Праць Держ. ДорНДІ ім. М. П. Шульгіна. – К.: 2007. – С. 155-163.
7. Бондар, Н. Г. Динамика железнодорожных мостов [Текст] / Н. Г.Бондарь. – М.: Транспорт, 1965. – 412 с.

Поступила в редколлегию 10.06.2011.

Принята к печати 30.06.2011.