УДК 65.012.123

А. В. РАДКЕВИЧ (ДІІТ), Т. В. ТКАЧ (Придніпровська державна академія будівництва і архітектури, Дніпропетровськ)

ОЦІНКА ВІРОГІДНОСТІ МОДЕЛЕЙ ВИБОРУ РЕЖИМІВ ОРГАНІЗАЦІЙНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

У статті досліджено підхід до оцінки вірогідності організаційно-технологічної надійності на основі методу статистичного моделювання.

Ключові слова: Результативність, комплексний укрупнений сітьовий графік, інвестування, капітальні вкладення, ризик, проект, математичний метод, планування, регулювання, управління, вірогідність, трудомісткість, контроль

Однією з причин, що ускладнюють знаходження абсолютно оптимального рішення розподілу капітальних вкладень і на їх основі виробництва будівельно-монтажних робіт, є випадковий характер значення t_{ij} робіт, яке знаходиться між оптимістичною a_{ij} і песимістичною b_{ij}, оцінками тривалості робіт, що виконуються за очікуваний час.

Час виконання всіх робіт є випадковими величинами з відомим законом розподілу. Загальний час (критичний шлях) виконання всього комплексу, представленого комплексним укрупненим сітьовим графіком (КУСГом), розглядається як функція випадкових величин, тобто $T = \sum t_{ij}$. Поставлена задача буде вирішена, якщо знайдемо функцію розподілу випадкової величини T , тобто $F^*(T) = P(T \le T_3)$.

Закон розподілу випадкової величини T_{kp} є композицією законів розподілу випадкових величин тривалості робіт, що належать критичному шляху.

Для визначення статистичної функції розподілу $T - F^*(T) = P(T \le T_3)$ використовується ідея методу Монте-Карло, тобто методу моделювання розробленої сітьової моделі. Для цього виконується "розігрування" на ЕОМ графіка шляхом моделювання випадкового явища за допомогою деякої процедури, що дає випадковий результат (по методу інверсій).

Як, показує практика конкретне здійснення процесу [1] проходить кожного разу інакше, так само і в результаті «розігрування» виходить одна реалізація випадкового явища. Виконуючи «розігрування» задане число раз (наприклад, 200, 500), одержимо статистичний матеріал – безліч реалізацій випадкового явища, який можна обробити методами математичної статистики.

Прийом статистичного моделювання сітьового графіка з використанням ЕОМ виявляється простіше особливо для складних операцій, в яких беруть участь велике число елементів (машин, людей, колективів) і в яких випадкові чинники складним чином взаємодіють між собою. Тут сама випадковість безпосередньо включається в процес моделювання і є його істотним механізмом.

У всіх методах визначення оптимальних рішень виробництва робіт, що розглядаються нами, ми оперуємо тільки детермінованими, найвірогіднішими оцінками t_{ij} . Проте після побудови оптимального рішення практичний інтерес представляють такі питання, як визначення діапазону розкиду часу виконання робіт, який закон розподілу випадкової величини T , з якою вірогідністю можна чекати освоєння вкладень і подальше виконання робіт за той або інший наперед заданий час T ?

З найбільшою достовірністю можна відповісти на поставлені питання після статистичних випробувань сітьової моделі робіт.

У більшості робіт, що досліджують питання теоретико-вірогідності тимчасових оцінок в системі сітьового планування і управління (СПУ) наголошується [2], що час виконання будь-яку з вхідних в мережну модель робіт розподілено згідно із законом $\chi -$розподілу, що підтверджує можливість його використовування як апріорне.

Вираз густини $\chi -$розподілу має вигляд:

$$P(\tau_{ij}) = (\tau_{ij} - a_{ij})^m (b_{ij} - \tau_{ij})^n \times c , \qquad (1)$$

де $a_{ij,}b_{ij}$ – межі області визначення випадкової величини τ_{ij}, розподіленої згідно із законом $\chi -$розподілу; m, n – показники ступеня

$(m > 0, n > 0)$; c – нормована константа, яка обчислюється, виходячи з умови:

$$\int(\tau_{ij}) \times d\tau_{ij} = 1. \qquad (2)$$

Окрім величин $a_{ij,}b_{ij}$, відповідальний виконавець задає по кожній роботі ще оцінку m_{ij} – моду цього розподілу, який носить назву часу вірогідності.

На основі цих трьох оцінок, що задаються, можна визначити математичне очікування τ_{ij} і дисперсію часу виконання $D(\tau_{ij})$ по формулах:

$$\tau_{ij} = (a_{ij} + m_{ij} + b_{ij})/6; \qquad (3)$$

$$D(\tau) = (b_{ij} - a_{ij})^2/36. \qquad (4)$$

Приведені формули носять суб'єктивний характер (як і весь підхід такого роду до оцінок вірогідності). Мірою достовірності розрахунку служить близькість величин a_{ij}, b_{ij}, m_{ij}, що задаються об'єктивним нормативним даним. Крім цього, χ-розподіл характеризують чотири основних параметри a_{ij}, b_{ij}, m, n, які не можуть бути оцінені по трьох заданих характеристиках.

Ця обставина робить неможливим моделювання значень часу виконання робіт методом статистичних випробувань (Монте-Карло).

У роботах [3, 4] запропонована формула χ-розподілу

$$P(\tau) = \frac{12 \times (\tau_{ij} - a_{ij})(b_{ij} - \tau_{ij})^2}{(b_{ij} - a_{ij})^4} \qquad (5)$$

яка дозволяє понизити число аналізованих даних із збереженням достатньої точності оцінки і робить можливим моделювання значень часу виконання робіт методом Монте-Карло на основі всього лише двох характеристик a_{ij}, b_{ij}, що задаються. Вирази для визначення $\tau_{ij}, D(\tau)$ у цьому випадку приймають вигляд:

$$\tau_{ij} = (3a_{ij} + 2b_{ij})/5; \qquad (6)$$

$$D(\tau) = 0{,}04(b_{ij} - a_{ij})^2. \qquad (7)$$

При моделюванні часу виконання кожної роботи немає необхідності в обчисленні ні середньої τ_{ij}, ні дисперсії $D(\tau)$.

У даний час одним з найпоширеніших прийомів побудови випадкових (точніше псевдовипадкових) чисел із заданим законом розподілу є спосіб інверсій, який полягає в наступному.

Хай $P(\tau)$ – густина розподілу випадкової величини τ. Областю її зміни служить інтервал $[a_{ij}, b_{ij}]$. Помістимо область, обмежену віссю абсцис і графіком функції усередині прямокутника, обмеженого віссю абсцис, прямими $\tau_{ij} = b_{ij}$, $\tau_{ij} = a_{ij}$ і прямою $y = \max P(\tau) = M$. Площа такого прямокутника рівна $(b_{ij} - a_{ij})M$. Хай ε_1 і ε_2 – дві рівномірно розподілені випадкові (точніше псевдовипадкові) величини: ε_1 розподілена рівномірно в інтервалі $[a_{ij}, b_{ij}]$, ε_2 – у інтервалі [0, M]. Якщо $P(\varepsilon_1) \geq \varepsilon_2$, те число ε_1 приймається як шукана випадкова величина, розподілена за законом $P(\tau)$. Якщо ж $P(\varepsilon_1) \geq \varepsilon_2$, то пара $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ відкидається і береться наступна, нова пара. Цей процес продовжується до тих пір, поки знову не матиме місце співвідношення $P(\varepsilon_1) \geq \varepsilon_2$, у цьому випадку ε_1 приймається. Даний спосіб особливо ефективний в тих випадках, коли зміна функцій $P(\tau)$ у інтервалі $[a_{ij}, b_{ij}]$ не велика.

Математичне очікування числа розиграшів двовимірної крапки $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ для отримання єдиного значення випадкової величини τ_{ij}, (тобто прийнятого ε_1) рівно:

$$m = (b_{ij} - a_{ij}) \times M.$$

Для випадку (5.5.) значення M рівне:

$$M = 16/(b_{ij} - a_{ij}) \times 9.$$

Таким чином, ε_1 моделюється в інтервалі $[a_{ij}, b_{ij}]$, а ε_2 – у інтервалі $[0, 16/(b_{ij} - a_{ij}) \times 9]$. Якщо випадкова величина розподілена в інтервалі [0…1] рівномірно (а саме такого роду випадкові послідовності генеруються програмним способом), зведення до випадкової величини τ_{ij}, розподіленої рівномірно в інтервалі $[a_{ij}, b_{ij}]$, (a_{ij}, b_{ij}) – будь-які значення, проводяться за допомогою функціонального перетворення:

$$\tau_{ij} = (b_{ij} - a_{ij})\varepsilon + a_{ij} \qquad (8)$$

Практично цілком достатньо вважати всі вхідні в план роботи за часом незалежними, а відповідні їм випадкові величини некорельованими.

У багатьох випадках сітьові моделі мають частину стохастичних робіт. Частковості, що умовно приймаються як вірогідність. появи стохастичних робіт (це перш за все усунення виникаючих непередбачених ситуацій) і їх тимчасові оцінки визначаються тільки на основі досвіду. Дрібні роботи в сітьовому графіку доцільно замінити декількома узагальненими.

Перш ніж приступити до дослідження сітьової моделі робіт методом статистичних випробувань, необхідно побудувати робочий початковий мережний графік з включенням в нього, якщо є необхідність, стохастичних робіт.

Якщо називати розігруванням розрахунок сітьової моделі з отриманням значення T за умови, що кожне значення τ_{ij} відбирається методом інверсій згідно із законом χ-розподілу, то для моделювання процесу методом Монте-Карло потрібен порядком $10^3 \ldots 10^5$ розігрувань [1].

Розрахувавши мережний графік при $\tau_{ij} = a_{ij}$ (для стохастичних робіт приймається $\tau = 0$), одержимо $T_{\min}$, потім вважаємо $\tau_{ij} = b_{ij}$ з урахуванням всіх стохастичних робіт, тобто прийнявши для них $\tau = b$, одержуємо $T_{\max}$, ($T_{\max}$ і $T_{\min}$ є теоретичними крайовими значеннями T). Проміжок $T_{\min}$ і $T_{\max}$ розбиваємо на інтервали $\Delta T_i, T_1 = T_{\min} + \Delta T_i, T_2 = T_1 + \Delta T_i$ і т.д. В області математичного очікування T інтервали ΔT необхідно брати якнайменшими, а на ділянках $T_{\min}$ і $T_{\max}$ інтервали ΔT можна збільшити. Сітьові моделі по розглянутому вище методу визначають кількість значень T, що потрапили в кожний із заданих інтервалів ΔT_i, і відповідні частоти F_1 по виразу

$$F_1 = NN / N_1,$$

де N_1 – кількість розиграшів сітьової моделі на ЕОМ. Значення F_1 необхідне для побудови графіка статистичної функції розподілу $F^*(T) = P(T \le T_{\text{задан}})$ гістограми частот.

Для побудови графіка статистичної густини розподілу необхідно для кожного інтервалу визначити значення F_2 по виразу $F_2 = F_1 / \Delta T_i$.

Всі набуті значення NN_1, F_1, F_2 зводяться в таблицю статистичного ряду. По значеннях F_2 можна побудувати статистичний графік густини розподілу вірогідності випадкової величини T і визначити параметри функції густини розподілу $f(T)$.

Моделювання сітьових моделей методом Монте-Карло з використанням обчислювальної техніки показало, що без урахування стохастичних робіт розподіл більше відповідає нормальному закону, що має вираз:

$$f(T) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \times \exp\{-[(T - T^*_{\min}) - -(T_0 - T^*_{\min})]^2 / 2\sigma^2\},$$

а з урахуванням стохастичних робіт більше відповідає логарифмічно нормальному закону розподілу, що має вираз

$$f(T) = (M/(T - T_{\min})\sigma\sqrt{2\pi}) \times \times \exp\{-[\lg(T - T^*_{\min}) - -\lg(T - T^*_{\min})]^2 / 2\sigma^2\}$$

де T_0 – медіана статистичного розподілу, тобто таке значення T, при якому площа гістограми зліва рівна площі справа; $T^*_{\min}$ – якнайменше статистичне значення T після N_1 розиграшів; σ – дисперсія статистичного розподілу. Для логарифмічно нормального закону розподілу

$$\sigma^2 = M(\lg T_0 - \lg T_M),$$

де T_M – мода статистичного розподілу, тобто T, що має максимальне значення F_1.

Для нормального закону розподілу

$$\sigma^2 = \sum (T_n - T_0)^2 / N - 1;$$

M – коефіцієнт переходу від натуральних логарифмів до десяткових $M = 0,4343$.

Статистичні $T^*_{\min}$ і $T^*_{\max}$, як правило, мають значення $T^*_{\min} > T_{\min}$, $T^*_{\max} < T_{\max}$. Це логічно зрозуміло, тобто практично дуже вірогідний такий випадок, коли в сітьовій моделі (особливо в складній) всі роботи виконуються тільки a_{ij} або тільки b_{ij}. Ітерацією $f(T)$ в межах від $T^*_{\min}$ до $T^*_{\max}$ можна визначити вірогідність виконання робіт за наперед заданий час.

Для більшості практичних задач будівельних робіт більш раціонально і значно простіше будувати графік статистичної функції розподілу $F^*(T)$ і по ньому графічно визначити вірогідність виконання графіка робіт за відведений час. Робиться це таким чином. По осі абсцис відкладаються прийняті значення $T^*_{\min}, T_1, T_2, \ldots, T_{\max}$. З середини кожного інтервалу T будуються ординати, рівні сумі всіх F_1, включаючи і значення F_1 даного інтервалу.

Наприклад, на ділянці T_1 і T_2 загальна ордината рівна $F_{1T} + F_{1T}$ і т.д. З'єднавши одержані точки кривої, одержуємо графік статистичної функції розподілу $F^*(T)$ (рис. 1).

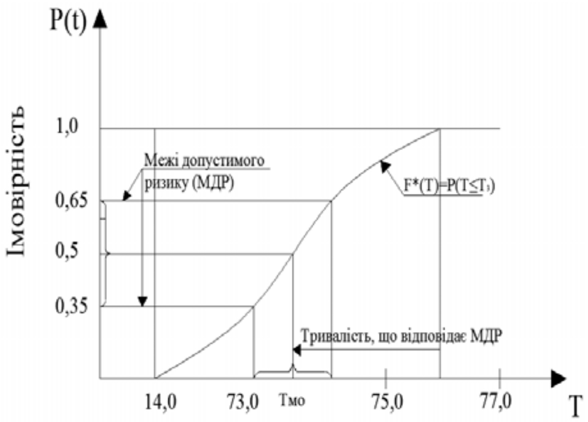

Рис. 1. Графік функції розподілу випадкової величини

Висновок

В роботі досліджено та визначено організаційно-технологічні режими виробничих процесів, підходи до їх вибору на основі багатоваріантних рішень з врахуванням ймовірних факторів впливу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ушаков, И. А. Курс теории надежности систем: учебн. пособие для вузов [Текст] / И. А. Ушаков. – М.: Дрофа, 2008. – 239 с.
2. Чирков, В. П. Прикладные методы теории надежности в расчетах строительных конструкций [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. П. Чирков. – М.: Маршрут, 2006. – 620 с.
3. Острейковский, В. А. Теория надежности [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. А. Острейковский. – М.: Высш. шк., 2003. – 463 с.
4. Пичугин, С. Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: [Текст]: монография / С. Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «АСМИ», 2009. – 452 с.

Надійшла до редколегії 09.07.2012.
Прийнята до друку 23.07.2012.

А. В. РАДКЕВИЧ (ДИИТ), Т. В. ТКАЧ (Приднепровкая государственная академия строительства и архитектуры, Днепропетровск)

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ МОДЕЛЕЙ ВЫБОРА РЕЖИМОВ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В статье исследован подход к оценке вероятности организационно-технологической надежности на основе метода статистического моделирования.

Ключевые слова: Результативность, комплексный укрупненный сетевой график, инвестирование, капиталовложение, риск, проект, математический метод, планирование, регулирование, управление, вероятность, трудоёмкость, контроль

A. V. RADKEVICH (Dniepropetrovsk National University of Railway Transport),
T. V. TKACH (Prydneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, Dnepropetrovsk)

EVALUATION OF RELIABILITY MODEL SELECTION REGIMES ORGANIZATIONAL PROCESS

The article explored the approach to assessing the likelihood of organizational and technological reliability based on the method of statistical modeling.

Keywords: Performance, an integrated network schedule enlarged, investing, investment, risk, project, a mathematical method, planning, regulation, management, probability, complexity, control