

ЗАСТОСУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДО РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Пропонується метод розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів на основі оптимізаційного підходу.

Ключові слова: оптимізація, міцність, поздовжня арматура

Стан проблеми та задачі дослідження

Ефективне проектування залізобетонних конструкцій можливе при застосуванні оптимізаційних методів. Задача оптимального проектування окремої конструкції зводиться до того, що з декількох конструктивних варіантів необхідно вибрати такий, що буде відповідати екстремальному значенню критерію оптимальності. В якості критерію можуть бути прийняті такі показники як вага конструкції, вартість її виготовлення, довговічність, приведені витрати та інше. Методи знаходження значення критерію оптимальності на сьогодні залишаються предметом досліджень і в загальному випадку їх можна виділити в чотири окремі групи: 1) детерміновані [1]; 2) еволюційні [2, 3]; 3) випадкові (стохастичні); 4) комбіновані. У нормах [4] реалізовано оптимізаційний підхід до розрахунку міцності зігнутих та стиснутих залізобетонних елементів. Вичерпання несучої здатності визначається досягненням максимального згинального моменту або поздовжньої сили в розрахунковому перерізі.

Розрахунок міцності нормальних перерізів зігнутих залізобетонних елементів згідно норм [5] полягає у перевірці передбачає перевірку умови $\xi \leq \xi_y$. Суть такої перевірки полягає у визначенні межі переармування та встановлені потреби в стиснутій арматурі A'_s . Межа переармування ξ_y визначається за емпіричною формулою, яка дає надійні, але дещо завищені результати

Метою роботи є застосування оптимізаційного підходу в розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів непереармуваних поздовжньою розтягнутою та стиснутою арматурами

Викладення основного матеріалу

Пропонується розрахунок міцності залізобетонних елементів непереармуваних поздовжньою розтягнутою A_p та стиснутою A'_s , котрий

дає змогу проектувати елементи з мінімальними витратами арматурної сталі.

Розглядається елемент у стадії руйнування, коли досягається граничний стан поздовжньої стиснутої та розтягнутої арматур у нормальному перерізі (рис.1) та в бетоні стиснутої зони цього перерізу. Напруження у стиснутій зоні бетону досягають максимального значення R_b і розподіляються рівномірно по висоті стиснутої зони X .

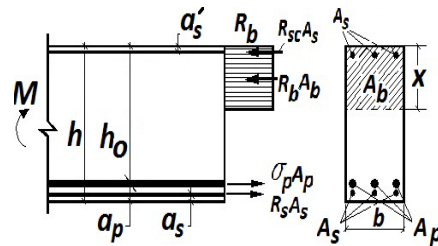


Рис. 1. Розрахункова схема нормального перерізу

У задачі визначення кількості арматури невідомими є висота стиснутої зони бетону X , площа розтягнутої A_p і стиснутої A'_s арматур, напруження σ_p . Розміри перерізу елементу b , h , a_s , a_p , a'_s , площа конструктивної арматури A_s , характеристики міцності бетону R_b і арматури R_p , R_{sc} вважаються заданими.

Для визначення невідомих використовуємо два рівняння рівноваги

$$\sum X = 0; \quad \sigma_p A_p + R_s A_s - R_b A_b - R_{sc} A'_s = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_0 = 0; \quad M - R_b A_b (h_0 - x/2) - R_{sc} A'_s (h_0 - a'_s) = 0. \quad (2)$$

Зовнішні зусилля в нормальному перерізі виражаються через параметр навантаження

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b h_0^2}. \quad (3)$$

Виконавши певні перетворення отримаємо

$$m_p \cdot \xi_p + \xi_s - \xi'_s - \xi = 0; \quad (4)$$

$$\alpha_m - \xi(1 - 0,5\xi) - \xi'_s \frac{z_c}{h_0} = 0, \quad (5)$$

$$\text{де } \xi = \frac{X}{h_0}; \xi_p = \frac{A_p R_p}{R_b b h_0}; \xi_s = \frac{A_s R}{R_b b h_0}; \xi'_s = \frac{A'_s R_{sc}}{R_b b h_0};$$

$$\sigma_p = m_p R_p; z_c = h_0 - a'_s.$$

Якщо з (4) та (5) виключити величину ξ то буде отримано залежність з невідомими ξ_p, ξ'_s, m_p .

$$\alpha_m = (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) \left(1 - \frac{m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s}{2} \right) + \xi'_s \frac{z_s}{h_0} \quad (6)$$

Параметр ξ_s вважається відомим, так як арматура A_s задається конструктивно.

Невідомі величини знаходяться з умови мінімуму витрат арматури при дотриманні умови (6).

Навколо розрахункового перерізу виділяється елемент одиничної довжини $l=1$, для армування якого необхідно витратити арматуру A_s та A'_s .

Коефіцієнт об'ємного армування буде дорівнювати

$$V_s = \frac{(A_p + A_s + A'_s) \ell}{b h_0 \ell}. \quad (7)$$

Використовуючи безрозмірні параметри ξ_p, ξ_s та ξ'_s формула (7) отримає вид

$$V_s = \xi_p \frac{R_p}{R_p} + \xi_s \frac{R_b}{R_s} + \xi'_s \frac{R_b}{R_{sc}} \quad (8)$$

і буде цільовою функцією оптимізаційної задачі.

Додатковим рівнянням для вирішення завдання про перевірку міцності нормального перерізу буде умова що зв'язує рівень напружень в поздовжній розтягнутій арматурі

$$m_p - 1 \leq 0. \quad (9)$$

Застосовуючи приведені вище залежності, можна сформулювати завдання про підбір необхідної арматури як оптимізаційну: знайти величини ξ_p, ξ'_s з умови мінімуму цільової функції (8) при дотриманні рівняння (6) і нерівності (9).

Слідуючи [6], для поставленої оптимізаційної задачі функція Лагранжа набуде вигляду

$$L(\xi_p, \xi'_s, m_p, \lambda_1, \lambda_2) = \xi_p \frac{R_b}{R_p} + \xi_s \frac{R_b}{R_s} + \xi'_s \frac{R_b}{R_{sc}} - \lambda_1 \left[\alpha_m - (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) \times \left(1 - \frac{m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s}{2} \right) - \xi'_s \frac{z_s}{h_0} \right] - \lambda_2 (m_p - 1) = 0 \quad (10)$$

де λ_1, λ_2 множники Лагранжа.

Для вирішення задачі використовуємо умови Куна-Таккера.

1. Вимоги до знаку множників Лагранжа

$$\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \leq 0. \quad (11)$$

2. Часткові похідні функції Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_p} = \frac{R_b}{R_p} - \lambda_1 \left[-m_p + m_p (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) \right] = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi'_s} = \frac{R_b}{R_{sc}} - \lambda_1 \left[1 - (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) - \frac{z_c}{h_0} \right] = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_p} = -\lambda_1 \left[-\xi_p + \xi_p (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) \right] - \lambda_2 = 0. \quad (14)$$

3. Додаткова умова

$$\alpha_m - (m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s) \left(1 - \frac{m_p \xi_p + \xi_s - \xi'_s}{2} \right) - \xi'_s \frac{z_s}{h_0} = 0. \quad (15)$$

4. Умова доповнюючої нежорсткості враховує нерівність (9)

$$\lambda_2 (m_p - 1) = 0. \quad (16)$$

Якщо проаналізувати умови Куна-Таккера то можна знайти з них рішення задачі, що задовольняє накладеним вимогам.

З (12) і (13) слідує, що $\lambda_1 \neq 0$.

З (13) виходить, що складова в квадратних дужках менше нуля, тоді $\lambda_1 < 0$.

З (14) виходить, що $\lambda_2 \neq 0$.

Розглянувши умову (15) при $\lambda_2 \neq 0$ коефіцієнт $m_p = 1$.

Якщо скласти рівняння (12) і (13) при $m_p = 1$ то отримаємо

$$\lambda_1 = \left[\frac{R_b}{R_p} + \frac{R_b}{R_{sc}} \right] / \frac{z_s}{h_0} = 0. \quad (17)$$

З (12) та (14) при $m_p = 1$ можна визначити

$$\xi'_s = \left[\alpha_m - \xi \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \right] \frac{h_0}{z_s}, \quad (18)$$

де

$$\xi = 1 - \frac{1}{2\lambda_1} \left[\frac{R_b}{R_{sc}} - \frac{R_b}{R_p} \right] - \frac{x_s}{2h_0}. \quad (19)$$

При $\xi'_s \leq 0$ стиснута арматура не потрібна, тоді при $\xi'_s = 0$ з (6) площа розтягнутої арматури дорівнює

$$A_p = bh_0 \left[1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \right] \frac{R_b}{R_p}. \quad (20)$$

При $\xi'_s > 0$ площа розтягнутої арматури визначається за формулою

$$A_p = bh_0 (\xi + \xi'_s) \frac{R_b}{R_p}. \quad (21)$$

Площа стиснутої арматури визначається за формулою

$$A'_s = bh_0 \xi'_s \frac{R_b}{R_{sc}}. \quad (22)$$

Отримані залежності були перевірені розрахунками залізобетонних балок, при цьому кількість арматури розрахована за формулами (18) та (21) на 5 % менша від розрахунків за діючими нормами.

Висновок

Застосування оптимізаційного підходу в розрахунку нормального перерізу дає можливість отримати аналітичним шляхом залежності для визначення площі стиснутої A'_s та розтягнутої A_s арматур. Доведено що оптимальна кількість

С. Н. МИКИТЕНКО (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка)

ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Предлагается метод расчета прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе оптимизационного подхода.

Ключевые слова: оптимизация, прочность, продольная арматура

S. N. MYKYTENKO (Poltava national technical university named after Yury Kondratyuk)

THE APPLICATION OF OPTIMIZATION METHODS TO THE CALCULATION OF STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

The method of calculation of strength of normal sections of reinforced concrete elements is offered on the basis of optimization approach

Keywords: optimization, strength, longitudinal reinforcement

арматури в нормальному перерізі можлива при досягненні максимальних напружень $\sigma_p = R_p (m_p = 1)$ у поздовжній розтягнутій арматурі. Конструкції розраховані за таким методом будуть непереармовані поздовжньою арматурою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арутюнян, Р. К. Усиление железобетонных конструкций методом поисковой оптимизации [Текст] / Р. К. Арутюнян // Жилищное строительство. – 2000. – № 11. – С. 12–13.
2. Серпик, И. Н. Генетический алгоритм оптимизации плоских железобетонных рам / И. Н. Серпик // Бетон и железобетон – 2011. – № 4. – С. 17–21.
3. Мироненко, И. В. Анализ сходимости эволюционной оптимизации железобетонных конструкций [Электронный ресурс] / И. В. Мироненко // Современные проблемы науки и образования. – 2011. – № 4. – Режим доступа: www.science-education.ru/98-4779.
4. ДБН В.2.6-98:2009 Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
5. ДБН В.2.3-14:2006. Споруди транспорту. Мости та труби. Правила проектування. [Текст]. – Введ. 2007-02-01. – К.: Мін. буд., архіт. та житл.-комун. госп-ва, 2006. – 359 с.
6. Банди, Б. Методы оптимизации [Текст]: вводный курс / Б. Банди; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

Надійшла до редколегії 09.07.2012.

Прийнята до друку 22.07.2012.