

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

УДК 691.32:539.421

Й. Й. ЛУЧКО\*

\* Кафедра будівельних конструкцій, Львівський національний університет природокористування, вул. В. Великого, 1, м. Дубляни, Україна, 80381, тел. +38 (097) 033 18 36, ел. пошта lychko.diit@gmail.com, ORCID 0000-0002-3675-0503

### ВИЗНАЧЕННЯ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ БЕТОНІВ НА ЗАСАДАХ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

**Мета.** Метою роботи є на підставі реальних експериментальних досліджень вивчення та узагальнення характеристик тріщиностійкості важких бетонів, – коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ , коефіцієнта енергетичної характеристики ефективної поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$ , розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$  та встановлення залежності акустичної емісії  $AE-SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів і відповідно до діючих норм. **Методика.** Для досягнення поставленої мети було зроблено огляд і синтез науково-технічних джерел та проведено комплексні експериментально-аналітичні дослідження  $K_c^{exp}$ ,  $\gamma^{exp}$ ,  $\delta_c^{exp}$ , та встановлено залежності акустичної емісії  $AE-SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів і відповідно до діючих норм. Було проведено серію експериментів для дослідження тріщиностійкості бетонів, зокрема для визначення коефіцієнту інтенсивності напружень (КІН). Паралельно досліджували зв'язок з параметрами вимірювання акустичної емісії  $AE$  у важких бетонах п'яти серій різного складу і міцності. Вимірювали поздовжні і поперечні деформації індикаторами, що дало можливість визначити і коефіцієнт Пуассона  $\nu$ . При навантаженні на двокоординатному самописці записували діаграми руйнування у координатах «зусилля  $P$  – розкриття тріщини  $\nu$  на лінії дії сили». **Результати.** Виконано аналіз науково-технічних джерел вітчизняних і закордонних щодо визначення тріщиностійкості важких бетонів. Отримано характеристики тріщиностійкості різних складів і міцності бетонів, зокрема коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ , коефіцієнта енергетичної характеристики ефективної поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$ , розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$  та встановлено відповідні залежності  $AE-SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів. Визначено коефіцієнт інтенсивності напруження із врахування параметрів  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  при навантаженні зосередженими силами у певних точках прикладання навантаження. Також визначено функцію впливу геометричних параметрів зразка  $f(\alpha_0, \beta_0, \epsilon)$ , яка визначалась за тарувальними кривими. Отримано діаграму розрахунку балансу енергії та графік зміни навантаження від інтенсивності  $AE$ . На підставі діаграм  $P-\nu$  отримано формулу для визначення  $\delta_c^{theor}$  у вершині тріщини та графічну залежність  $\delta_c$  від зміни  $f_{ctk}$ . Перевірено експериментально відоме співвідношення механіки руйнування  $\delta_c \sigma_0 = 2\gamma$ . **Наукова новизна.** У даній роботі узагальнено низку експериментальних і теоретичних досліджень характеристик тріщиностійкості важких бетонів на засадах механіки руйнування. Зокрема, уточнено і встановлено: коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ , коефіцієнт поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$ , розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$ , встановлено залежності між  $AE-SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів; підтверджено класичне співвідношення механіки руйнування  $\sigma_0 \delta_c = 2\gamma$  для бетонів. Також, на основі підходів механіки руйнування для п'яти серій бетонних дискових зразків незалежними експериментальними методами визначення силову  $K_c$ , енергетичну  $\gamma$  та деформаційну  $\delta_c$  характеристики тріщиностійкості. **Практична значимість.** Проведено порівняння вказаних підходів механіки руйнування та встановлено задовільну збіжність отриманих результатів для важких бетонів.

**Ключові слова:** бетон; дискові зразки; тріщиностійкість; коефіцієнт інтенсивності; поверхнева енергія; розкриття тріщин

#### Вступ

Невідповідність термінів експлуатації окремих конструктивних залізобетонних елементів будівель і споруд обумовлює необхідність заміни цих елементів, зокрема, проїзної частини мостів та будівель, що спричиняє їх передчасне руйнування під час експлуатації та призводить до необхідного капітального ремонту. Проте

досвід експлуатації будівель і споруд (Лучко, Коваль, & Корнієв, 2005; Коваль, Лучко, & Фаль, 2003; Берг, 1967; Берг, Щербакова, & Писанко, 1971) та результати обстежень показують, що суттєву роль тут відіграють конструкції будівель і споруд, зокрема плити проїзної частини мостів (Коваль, Лучко, & Фаль, 2003; Берг, 1967; Берг, Щербакова, & Писанко, 1971).

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

Для підвищення надійності і довговічності конструкцій будівель і споруд, одним із заходів може бути застосування якісних бетонів високої міцності, підвищеної тріщиностійкості, морозостійкості і водонепроникності. У результаті наукових досліджень та аналізу науково-технічних джерел (Коваль, Лучко, & Фаль, 2003; Берг, 1967; Берг, Щербакова, & Писанко, 1971) встановлено, що підвищеними експлуатаційними параметрами володіють бетони, які виготовляються з використанням різних додатків (Берг, Щербакова, & Писанко, 1971; Бордюгов, & Ерминсон, 1992; Муравин, Лезвинская, & Шип, 1993; Панасюк, Лучко, & Коваль, 2002; Лучко, Коваль, & Корнієв, 2005).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій**

У сучасних та тривалій експлуатації будівлях і спорудах більшість залізобетонних конструкцій експлуатуються за наявності тріщин певної величини розкриття, тому актуально створити методики, що забезпечують необхідну надійність з визначення реального напружено-деформованого стану конструкції будівель і споруд з тріщинами на стадії експлуатації. Перспективним в цьому напрямку є розвиток методик прогнозування умов роботи на засадах механіки руйнування і методу акустичної емісії (Берг, 1967; Берг, Щербакова, & Писанко, 1971; Муравин, Лезвинская, & Шип, 1993; Бордюгов, & Ерминсон, 1992). Тому дослідження залізобетонних конструкцій будівель і споруд з тріщинами є актуальним.

Суттєве значення у механіці руйнування відіграє коефіцієнт інтенсивності напружень ( $K_{IN}$ ) у вершині тріщини і його критичне значення  $K_{1c}$ , яке характеризує опір матеріалу розповсюдженню тріщини. Результати досліджень  $K_{1c}$  для бетонів наведено в працях (Лучко, Коваль, & Корнієв, 2005; Лучко, 1997; Лучко, Чубріков, & Лазар, 1999). Метод акустичної емісії (АЕ), який містить сукупність операцій неруйнівного контролю (НК) (Бордюгов, & Ерминсон, 1992; Муравин, Лезвинская, & Шип, 1993; Коваль, & Сташук, 2001; Лучко, 2020), інтегрованих з уявленнями механіки руйнування, дозволяє отримання інформації практично про всі зміни стану контрольованого об'єкта.

Розпорядженням Кабінету Міністрів України від 11 червня 2003 року було затверджено кон-

цепцію державної програми забезпечення технологічної безпеки в основних галузях економіки. Її реалізація переростає у конкретні заходи, які покликані забезпечити дотримання та удосконалення нормативної бази з питань надійності та безпеки експлуатації технологічного устаткування, виконання комплексу відповідних цільових програм.

Серед таких програм поважне місце посідає і цільова програма НАН України «Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд і машин». Нею, серед інших заходів, було передбачено підготовка серії довідникових видань, що висвітлюють досягнення науки та інженерної практики у галузі теорії і методів оцінки процесів руйнування, міцності та довговічності конструкційних матеріалів, елементів конструкції будівель і споруд у заданих експлуатаційних умовах.

Зокрема, в рамках цієї цільової програми створено довідники «Механіка мостових конструкцій та методи прогнозування їх залишкової довговічності», «Мости: конструкції та надійність», в яких підсумовано основні відомості про мости та їх конструкції і наведено відповідні розв'язки задач з оцінки міцності і тріщиностійкості і деформацій, в тому числі на сучасних засадах механіки руйнування та будівельної механіки (Коваль, Лучко, & Сташук, 2004; Лучко, Коваль, & Корнієв, 2005; Лучко, Сулим, & Кир'ян, 2004).

Розглянемо роботи (Лучко, 1999; Лучко, Лазар, & Чубріков, 2001; Лучко, 2001) в яких ґрунтовно досліджено визначення залишкової довговічності залізобетонних балкових елементів у (Лучко, 1999), а межа міцності залізобетонного елемента з тріщиною в (Лучко, Лазар, & Чубріков, 2001) та метод розрахунку довговічності залізобетонних конструкцій у (Лучко, 2001) з позиції механіки руйнування та механіки залізобетону. Зокрема, цікаві результати отримані у роботі (Лучко, & Лазар, 2002) «Розрахунок напружень та оцінки міцності і тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів» в якій зростання тріщин визначено за критерієм міцності механіки руйнування. У роботі (Лучко, Коваль, & Штаюра, 2002) наведено результати дослідження та порівняння силового і енергетичного підходів при визначенні характеристик тріщиностійкості важких конструкційних бетонів.

**Мета**

Визначення та узагальнення характеристик тріщиностійкості важких бетонів, коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$  коефіцієнта ефективною поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$  та розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$  і встановити залежність  $AE - SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів відповідно до діючих норм.

**Методика експериментальних досліджень**

Дослідження виконувались в 2001 р. у фізико-механічному інституті ім. Г.В. Карпенка під керівництвом д.т.н. Й. Й. Лучка.

Було проведено серію комплексних експериментів, для дослідження тріщиностійкості бетонів, зокрема для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН). Паралельно до визначення характеристик тріщиностійкості бетонів досліджували зв'язок з параметрами випромінювання  $AE$  (під керівництвом к.т.н. П. М. Ковалія) у важких бетонах різного складу і міцності. Зразки для визначення характеристик тріщиностійкості випробували за схемою позacentрового розтягу (рис. 1).

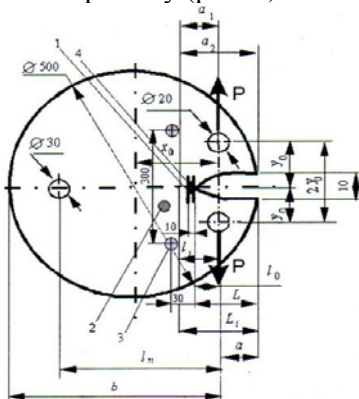


Рис. 1. Параметри дискового зразка для дослідження тріщиностійкості бетонів

Вони мали вигляд бетонних дисків діаметром 500 мм та товщиною 50 мм. У зразках були влаштовані отвори зі стальними втулками для кріплення захватів випробувальної машини та штучно створений концентратор напруження для утворення тріщини і отвір для її зупинки. Схема випробування дископодібних зразків та відповідна апаратура для вимірювання наведена на рис. 2.

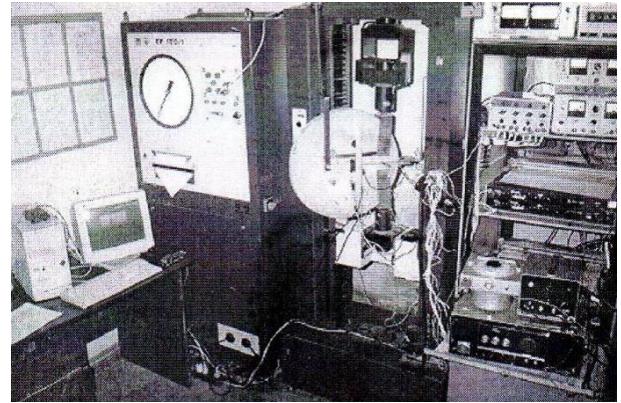


Рис. 2. Випробування дископодібних бетонних зразків на тріщиностійкість

Для зміцнення біля опорних ділянок та спрямування тріщини у напрямку отвору зразки армували конструктивно м'яким дротом  $\varnothing 3$  мм. Ця арматура вкладалась у бетон одним стержнем за радіусом на відстані 220 мм від центру зразка.

Другий стержень арматури проходив огинаючи отвір для зупинки тріщини до концентратора (штучної тріщини надрізу), на відстані 20 мм від осі симетрії зразка. Для визначення вказаних параметрів тріщиностійкості і їх зв'язку з випромінюванням  $AE$  було виготовлено п'ять серій зразків, що відрізнялися складом бетону, характеристиками заповнювачів і кількістю цементу та міцністю бетону на стиск наведені у табл. 1.

Таблиця 1

**Характеристики матеріалів та склади досліджуваних бетонів**

Серія	Міцність на стиск, МПа	Склад бетонної суміші, кг/м <sup>3</sup>			В/Ц	Марка цементу	Кількість дископодібних зразків
		цемент	пісок	щебінь			
I	33	220	814	1226	0,4	500	3
II	35	388	512	1398	0,4	400	5
III	49	466	464	1328	0,4	400	5
IV	55	500	720	1038	0,4	500	5
V	67	600	500	1170	0,3	500	4

Для зменшення впливу власної ваги зразка на результати випробування, після встановлення зразка у захваті випробувальної машини закріплювали пристрій в отворі для зупинки тріщини, за який зразок підвішували до нерухої жорсткої опори. Навантаження прикладали ступенями, рівними 10 % від руйнівної сили. В момент утворення тріщини зразок розвантажували і повторно завантажували. В цей момент утворення тріщини визначали відстані деформації бетону кожного зразка всіх п'яти серій перед концентратором тріщини. Для цього використовували тензорезистори з базою 20 мм. Які були наклеєні по два з кожної сторони конструкції. Перший наклеювали на відстані 1 мм перед концентратором до напрямку підростання тріщини, а другий паралельно йому на відстані 10 мм від першого. Окрім цього, для фіксування деформації між тензорезисторами наклеювали телуровий монокристалічний тензорезистор (Дем'ян, Лучко, & Варшава, 2000) під'єднаний до тензометричного моста, дані з якого знімали мілівольтметром.

Міцність бетону під час стиску визначали на кубічних зразках, розміром 100×100×100 мм, міцність бетонів на розтяг  $f_{ctk}$  визначали за методикою (Бордюгов, & Ерминсон, 1992; Муравин, Лезвинская, & Шип, 1993; Лучко, 1997) на призмах 1000×1000×400 мм з концентраторами напружень  $\alpha_0=5$  мм за схемою триточкового згину при швидкості навантаженні 10 кН/хв.

Модуль Юнга визначили за методикою ГОСТ 2445280 за силовою схемою стиску бетонних призм розмірами 400×100×100 мм. При цьому за допомогою індикаторів годинникового типу вимірювали поздовжні та поперечні деформації призм, що дозволило визначити також коефіцієнт Пуассона  $\nu$ . Міцність бетону на розтяг  $f_{ctk}$  визначали за формулою (4), одержаною у роботі (Либакский, 1969).

Координати прикладання навантаження характеризуються коефіцієнтами  $\alpha_0=0,7$  та  $\beta_0=0,25$ . Розрахункова довжина тріщини дорівнювала сумі довжин надрізу і тріщини, одержаної під час її підростання на попередніх етапах «навантаження-розвантаження». При навантаженні на двокоординатному самописці записували діаграми руйнування у координатах «зусилля  $P$  – розкриття тріщини  $V$  на лінії дії сили» (див. рис. 2).

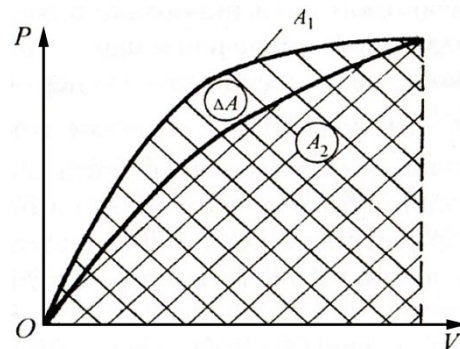
## Результати

Визначення коефіцієнта інтенсивності напруження із врахуваннями параметрів  $\alpha_0$  і  $\beta_0$ , які навантажуються зосередженим навантаженням у певних точках з координатами  $\alpha_0 = x_0/R$ ,  $\beta_0 = y_0/R$ , де  $x_0, y_0$  – відповідно абсциса та ордината точки прикладання навантаження.  $K_c^{theor}$  розраховували за формулою (1) наведеною у роботі (Либакский, 1969):

$$K_c^{theor} = \frac{\sqrt{2\pi} \cdot P^*}{t \cdot \sqrt{R} \cdot f(\alpha_0, \beta_0, \varepsilon)}, \quad (1)$$

де:  $P^*$  – критичне навантаження старту тріщини;  $R = 250$  мм – радіус дискового зразка;  $t$  – товщина диска 50 мм;  $f(\alpha_0, \beta_0, \varepsilon)$  – функція впливу геометричних параметрів зразка на НДС;  $\alpha_0 = 0,7$  і  $\beta_0 = 0,25$  – координати точок для прикладання зовнішнього зусилля;  $\varepsilon$  – відносна довжина тріщини.

а



б

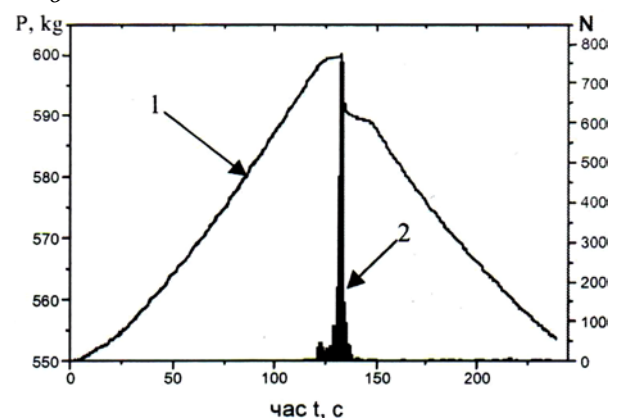


Рис. 3. Діаграма розрахунку балансу енергії (а) та графік зміни навантаження (б) від інтенсивності  $AE$  у момент утворення тріщин у бетонному зразку серії  $V$  на першому етапі «навантаження-розвантаження»

Функцію  $f(\alpha_0, \beta_0, \varepsilon)$  визначали за тарувальними кривими (Либакский, 1969) для кожного

значення відносної довжини тріщини  $\varepsilon$ . У процесі досліджень у кожній серії зразків визначали ефективну поверхневу енергію  $\gamma$  за методикою (Либацкий, 1969), яка базується на вимірюванні незворотної роботи за діаграмою «навантаження – розвантаження тріщини» (рис. 3, а).

Для цього після точки  $P_c$  діаграми  $P-V$  за наявності зрушення тріщини і її підростання на  $\Delta l_c$  зразок розвантажували і одержували замкнену діаграму площею  $\Delta S$ . Потрібно зауважити, що внаслідок нерівностей поверхонь руйнування каретки самописця після руйнування не повертається у вихідне положення, про що свідчить форма діаграми (рис. 3, б).

Для виключення вказаного фактору та впливу пластичної складової зміщення, діаграми розвантаження і фіксації  $P^*$  і  $\Delta l$  повторне навантаження зразка із записом діаграми  $P-V$ , повної довжини тріщини ( $l_c + \Delta l$ ) виконувала з вихідного положення попереднього навантаження до наступного старту тріщини під максимальним зусиллям. Площа фігури, яка утворюється внаслідок з'єднання точки  $Q$  відхилення від дійсної кривої діаграми, одержаної при довжині  $l$ , з аналогічною точкою кривої, одержаної при  $l + \Delta l$ , представляє роботу  $\Delta A$ . Ця робота витрачається на утворення двох нових поверхонь  $\Delta S$  з підростанням тріщини на  $\Delta l$ . На кожному зразку одержано 2–3 такі діаграми. Це дало можливість на кожній діаграмі багаторазово визначати  $K_c$  і  $\gamma$ , що суттєво підвищує точність розрахунків і (КІН)  $K_c$ .

В основі енергетичного підходу покладено методики прямого визначення енергетичної характеристики тріщиностійкості – інтенсивності енергії руйнування матеріалу (Коваль, Лучко, & Фаль, 2003). Ця методика базується на вимірюванні незворотної роботи, що затрачається на руйнування навантаженням під час поширення тріщини. Якщо зразок навантажувати зосередженим зусиллям за допомогою давачів навантаження і записати на двокоординатному самописці діаграму руйнування (рис. 4) у координатах «зусилля  $P$  – розкриття  $V$ », то площа під кривою 1 дорівнює роботі  $A_1$ , яку виконало зовнішнє зусилля  $P$ .

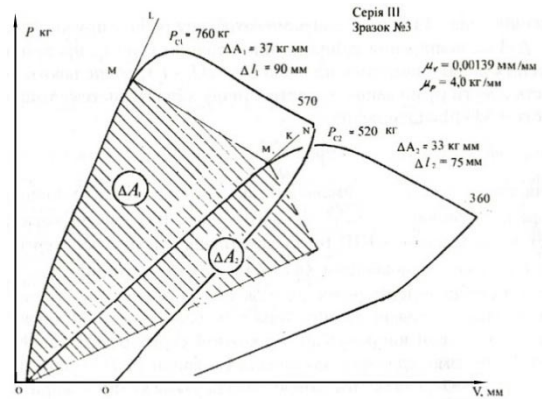


Рис. 4. Діаграма руйнування зразка №3 серії III

При цьому довжина тріщини збільшилась від  $l_0$  до  $l_1$ . Відтак, розвантажуючи зразок, будують криву 2. Площа під нею 2 дорівнює  $A_2$ , яка вивільнилася у процесі розвантаження системи «зразок – машина». Отже, одержуємо баланс енергії (роботи):

$$\Delta A = A_1 - A_2. \quad (2)$$

На підставі отриманих діаграм  $P-V$ , можна визначити розкриття вершини тріщини  $\delta_c$  за формулою:

$$\delta_c = \frac{V}{1 + \eta \frac{a}{b-1}} \quad (3)$$

$$\text{де: } \eta = n_1 \frac{b \cdot \sigma_{ct}}{\ell \sigma_N}; \sigma_N = \frac{P_c}{t(b-\ell)} \left( 1 + 3 \frac{b+\ell}{b-\ell} \right);$$

$n_1 = 3,75$ ;  $V$  – зміщення берегів тріщини по лінії дії сили;  $\ell$  – довжина тріщини;  $t, b$  – габаритні розміри зразка (див. рис. 1).

Значення  $f_{ctk}$  визначали за формулою (4):

$$f_{ctk} = \frac{3}{2} \frac{P^* \ell_0}{2t(b-\alpha_0)^2} [(1-\lambda)^2 \cdot (1,93 - 3,07\lambda + 14,53\lambda^2 - 25,11\lambda^3 + 25,8\lambda^4)]^{-1}, \quad (4)$$

де:  $t = b = 100$  мм – висота та ширина зразка;  $\ell_0$  – відстань між опорами під час згину;  $P^*$  – руйнівне зусилля;  $\lambda = \alpha_0/b$  – відносна глибина тріщини.

Зміни деформаційної характеристики  $\delta_c$  від зміни  $f_{ctk}$  наведена на рис. 5.

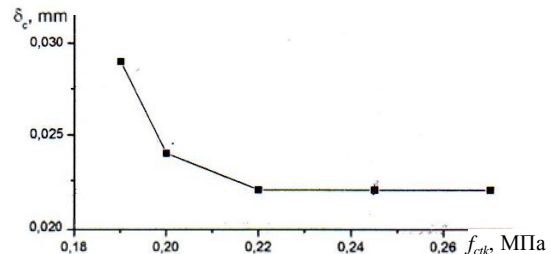


Рис. 5. Залежність деформаційної характеристики  $\delta_c$  від зміни  $f_{ctk}$

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

Дані механічних характеристик дослідних бетонів за усередненими експериментальними результатами наведені у таблиці 2.

Таблиця 2

## Характеристики міцності бетонів

	$f_{ctk}$	$E$ , МПа	$\nu$
Серія I	3,0	30000	0,128
Серія II	4,2	39000	0,176
Серія III	4,9	41300	0,148
Серія IV	3,3	32500	0,208
Серія V	5,2	42500	0,204

Результати експериментальних досліджень для зразка № 3 серії 3 при різних навантаженнях  $P^*$  і відносні віддалі між межами тріщин  $E$  – параметрів  $K_{1c}$ ,  $\Delta A$ ,  $\Delta S$ ,  $\gamma^{exp}$ ,  $\gamma^{theor}$  наведені в таблиці 3.

Експериментальні та розрахункові значення коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ , коефіцієнт енергетичної характеристики тріщиностійкості поверхневої енергії берегів тріщини  $\gamma^{exp}$  наведено у табл. 4, а характер руйнування дослідних зразків серій I–V представлено на рис. 6. Графіки максимальних розтягуючи відносних деформацій перед концентратором на ступенях зразків серій I–V наведено у праці (Коваль, Лучко, & Стащук, 2004).

Характерна діаграма руйнування під час «навантаження-розвантаження» дископодібного зразка зображена на рис. 4. Для кожного ступеня «навантаження-розвантаження» визначали критичне навантаження  $p^*$ , коли тріщина  $l^*$  починала поширюватись (підростати). Ці параметри використовували при визначенні  $K_{1c}$ . Зауважимо, що значення  $p^*$  взято із пружної ділянки, тобто у точці, де закінчується лінійна залежність між навантаженням і переміщенням діаграми  $P-V$ . Скориставшись залежностями (1) та  $f(\alpha_0, \beta_0, \epsilon)$  наведену на рис. 7 (Либаккий, 1969), і даними  $p^*$ ,  $l^*$ ,  $t$ ,  $R$  визначали (КіН)  $K_{1c}^{exp}$ .

Одержані оброблені результати наведені у табл. 3 для зразка № 3 серії III (колонка 3). У цій же таблиці і для зразка 3 записано (колонка 7) розрахункове значення енергетичної характеристики  $\gamma^{theor}$ , одержане за співвідношенням:

$$K_{1c} = \sqrt{\frac{2E\gamma}{1-\nu^2}} \quad (5)$$

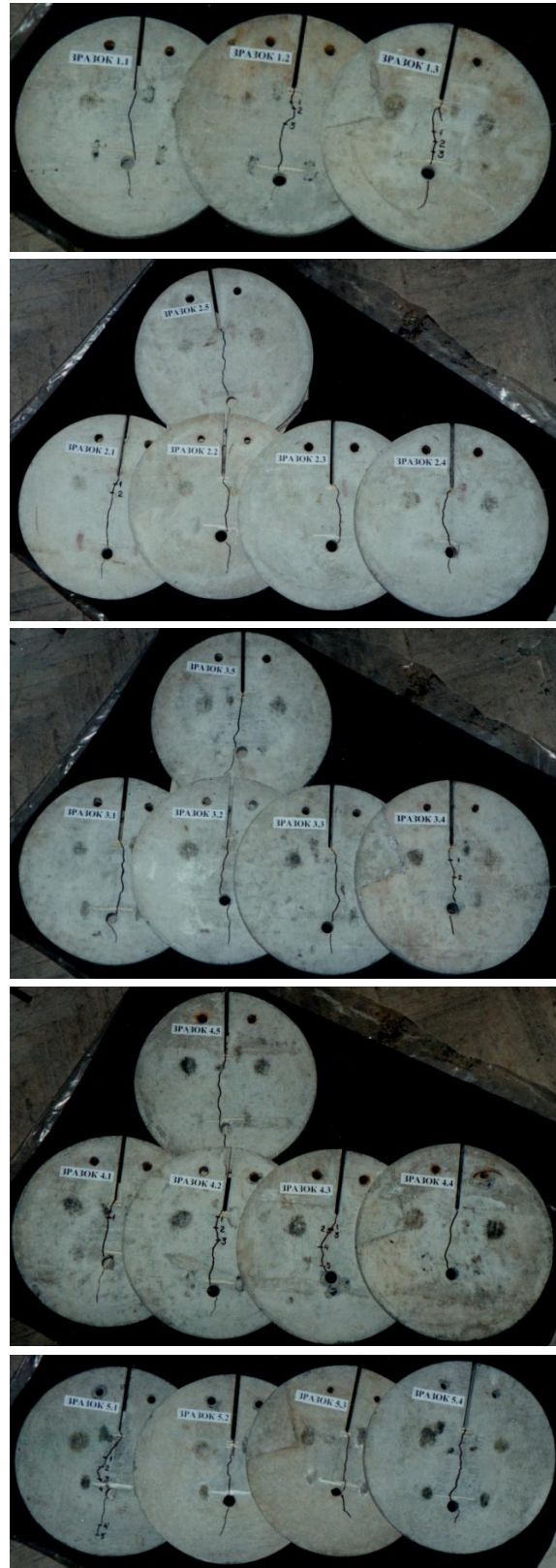


Рис. 6. Характер руйнування дослідних зразків серії 1-5

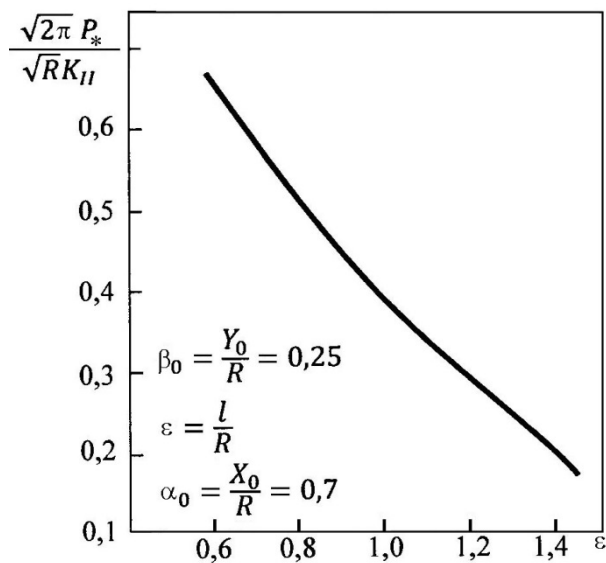


Рис. 7. Залежність  $f(\alpha_0, \beta_0, \varepsilon)$  для розтягу зосередженим навантаженням диску з боковою тріщиною

Також у колонці 6 табл. 3 подано значення енергетичної характеристики тріщиностійкості  $\gamma^{theor}$ , визначеної на основі прямого методу через величину роботи пружної деформації. Експериментальні значення  $K_{1c}^{exp}$  для кожної серії зразків представлені у табл. 4 в якій також наведені значення  $K_{1c}^{theor}$ ,  $\gamma^{exp}$  і  $\gamma^{theor}$ .

Діаграми для кожної серії зразків, аналогічні наведеній на рис. 4, які використані для визначення енергетичної характеристики тріщиностійкості  $\gamma$ . Ці діаграми характеризують роботу, яка включає роботу пружних і пластичних деформацій. Потрібно відзначити, що при використанні механіки руйнування, оперуємо пружними характеристиками тріщиностійкості також і при визначенні енергетичної характеристики  $\gamma$ .

Визначивши для кожної діаграми затрачену роботу пружної деформації  $\Delta A$  на поширення тріщини від величини  $l_0$  до  $l_1$ , що зумовило утворення нових поверхонь площею  $S=2t(l_1-l_0)$  визначають інтенсивність енергії руйнування  $\gamma$  – енергетичну характеристику тріщиностійкості за формулою (6):

$$\gamma = \frac{\Delta A}{2t \cdot \Delta l}. \quad (6)$$

Для кожного зразка отримано 2-3 такі діаграми. Це дало можливість багаторазово визначити  $K_{1c}^{exp}$  і  $\gamma^{exp}$ , що значно підвищить точність розрахунків та достовірність значень  $K_{1c}$  та ефективної поверхневої енергії  $\gamma$ .

Використовуючи співвідношення (4) визначаємо критичний КІН  $K_{1c}^{theor}$  експериментальні результати якого за енергетичним підходом подані у табл. 3 (колонка 3). Усереднені дані випробувань по кожній серії зразків записані і наведені у табл. 4. Аналіз даних табл. 4 показує, що одержані результати (колонки 2 і 3) і енергетичним (колонки 4 і 5) добре узгоджуються, що підтверджує коректність цих підходів.

Записана діаграма руйнування (рис. 4) та геометричні розміри зразків дозволяють визначити деформаційну характеристику тріщиностійкості – критичне розкриття вершини тріщини.

За незалежно визначеними у рамках  $\delta_c$  – моделі енергії руйнування  $\gamma$ , критичним розкриттям вершини тріщини  $\delta_c$ , а також напруження зчеплення, які діють на протилежних сторонах надрізу (у даному випадку  $\sigma_0=f_{ctk}$ ), можна перевірити експериментально відоме співвідношення механіки руйнування (Лучко, 2020):

$$\sigma_0 \cdot \delta_c = 2\gamma. \quad (7)$$

Порівняння результатів розрахунків ілюструють дані наведені у табл. 5.

Отже, аналізуючи дані розрахунків які наведено у табл. 5 показують задовільну збіжність співвідношення (7) для всіх серій зразків. А це дуже важливо, так як характеристики, які входять в нього визначені незалежним шляхом, що підтверджує коректність підходів.

На повторних етапах «навантаження–розвантаження» спостерігався деякий розкид експериментальних значень  $SE_q$ , що напевно спричинено тертям країв тріщини.

Після підставлення замість максимального навантаження на зразок відповідного йому експериментального  $K_c^{exp}$  отримано залежність для енергії  $AE-SE_q$ , що випромінюється під час першого старту тріщини та відповідно  $K_c^{exp}$ , яка наведена на рис. 3, б,  $AE-SE_q$ .

Аналіз накопиченої енергії сигналів  $AE-SE_q$ , при зусиллі  $P_{QAE}$  дав такі результати: зокрема, на першому циклі «навантаження–розвантаження» встановлена залежність між накопиченою енергією сигналів  $SE_q$  та максимальним навантаженням для випробувальних зразків. Ця залежність представлена на рис. 8, а. Одержану залежність можна записати у вигляді експериментальної функції.

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

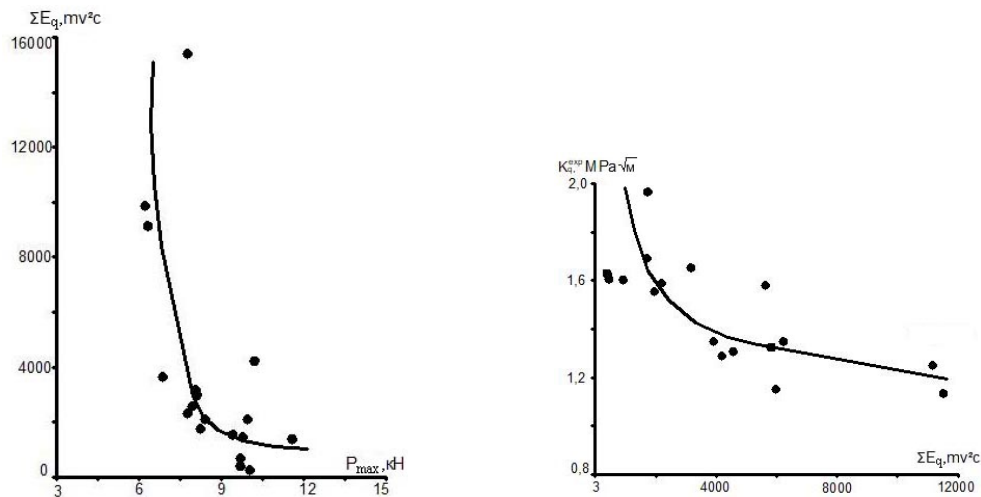


Рис. 8. Залежності накопиченої енергії сигналів  $SE_q$ : а) між  $\Sigma SE_q - P_{\max}$  для зразків; б) між енергією  $SE_q$  що випромінюється під час старту тріщини, та  $K_c^{exp}$ .

Таблиця 3

## Результати експериментальних досліджень для зразка № 3 серії III

$P^*$ , кг	$\epsilon$	$K_{1c}^{exp}$ , МПа $\sqrt{м}$	$\Delta A$ , кг·мм	$\Delta S$ , мм <sup>2</sup>	$\gamma^{exp} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>	$\gamma^{theor} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>
750	0,7	1,25	—	—	—	—
800	0,8	1,64	10,0	2500	4,00	3,4
760	0,86	1,59	37,2	9000	4,13	3,2
540	1,24	1,97	32,8	7500	4,70	4,9
Середні значення:		1,70	—	—	4,18	3,63

Таблиця 4

## Характеристики тріщиностійкості бетонів

Серія зразків	$K_{1c}^{exp}$ , МПа $\sqrt{м}$	$K_{1c}^{theor}$ , МПа $\sqrt{м}$	$\gamma^{exp} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>	$\gamma^{theor} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>
I	1,39	1,40	3,42	3,57
II	1,71	1,57	3,28	3,51
III	1,72	1,82	4,18	3,63
IV	1,66	1,51	3,63	4,36
V	1,47	1,70	3,45	2,70

Таблиця 5

## Результати експериментальних досліджень

Серія зразків	$\delta_c^{exp}$ , мм	$2\gamma^{exp} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>	$\delta_c^{exp} \cdot f_{ctk} \cdot 10^3$ , кг·мм/мм <sup>2</sup>	%
I	0,018	6,84	5,94	13
II	0,013	6,56	5,46	17
III	0,013	8,36	6,37	24
IV	0,023	7,26	7,59	4,3
V	0,013	6,80	6,76	0,70



Під час випробування визначали відносні деформації бетону зразків перед концентратором, та вимірювали час поширення ультразвукових коливань через бетон за схемою поверхневого прозвучування і вимірювали зміщення меж тріщини. Вимірювали, реєстрували та аналізували сигнали  $AE$ , що виникали у зразках, виконували за допомогою програми-технічного комплексу «АКЕМ». Давач  $AE$  через шар акустичного прозорого мастила «Рамзай» встановлювали на поверхні бетону зразка. Комплекс «АКЕМ» побудований на базі персонального комп'ютера з використанням технології «PCI Card». Сигнали підсилювали підсилювачем з чутливістю на вході 10 мкВ і частотами діапазоном 100...2000 кГц, та коефіцієнтом підсилення 70...90 дБ і з динамічним діапазоном 40...65 дБ. Смуга зрізу фронту низьких частот 9 кГц. Навантаження, за якого утворювалась тріщина ( $P_{QAE}$ ) визначали перебігом випромінювання сигналів  $AE$ , за яким момент утворення тріщини супроводжується різними зростаннями амплітуди сигналів  $AE-SE$ , при зусиллі  $P_{QAE}$  дав такі результати.

У першому циклі «навантаження – розвантаження» спостерігається залежність між накопиченою енергією сигналів  $SE_q$  та максимальним навантаженням для зразків, що випробовується (рис. 8). Одержану залежність можна записати у вигляді експоненціальної функції:

$$\sum E_q = \alpha e \frac{b}{\beta_{max} + Q_i}, \quad (8)$$

де:  $\alpha = 50,79$ ;  $b=3360,48$ ;  $e=0,5$ ; а середньоквадратичне відхилення експериментальних даних  $\sigma^2 = 8907523,82$ .

Більший розкид даних спостерігається на наступних етапах, що може бути спричинено тертям берегів тріщини. Після підставлення на зразок замість максимального навантаження відповідного йому експериментального значення  $K_c^{exp}$  одержано залежність  $AE - SE_q$ , що випромінюється під час першого старту тріщини і відповідно  $K_c^{exp}$  наведено на рис. 8.

Ця залежність може бути записана у вигляді логарифмічної функції:

$$K_c^{exp} = a - b \ln(\sum E_q + C), \quad (9)$$

де:  $a, b, c$  – емпіричні коефіцієнти:  $a = 2,32$ ;  $b = 0,11$ ;  $c = 0,5$ , а середньоквадратичне

відхилення експериментальних даних становить  $\sigma^2 = 0,03$ .

### Наукова новизна і практична значимість

У даній роботі узагальнено низьку експериментальних і теоретичних досліджень характеристик тріщиностійкості важких бетонів на засадах механіки руйнування. Зокрема, уточнено і встановлено: коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ ; коефіцієнт поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$ ; розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$ ; встановлено залежності між  $AE$  і  $SE_q$  з вказаними параметрами тріщиностійкості бетонів; підтверджено класичне співвідношення механіки руйнування  $\sigma_0 \delta_c = 2\gamma$  для бетонів. Також, на основі підходів механіки руйнування для п'яти серій бетонних дискових зразків незалежними експериментальними методами визначення силового  $K_c$ , енергетичного  $\gamma$  та деформаційного  $\delta_c$  характеристики тріщиностійкості. Проведено порівняння вказаних підходів механіки руйнування та встановлено задовільну збіжність отриманих результатів для важких бетонів.

### Висновки

На підставі сформульованої проблеми та аналізу науково-технічних джерел і створеної комплексної методики випробування дископодібних зразків на позацентровий розтяг та аналізу результатів дослідження наведених у науково-технічних джерел, можна зробити такі висновки:

1. Сформульовано основні засади та розрахунково-випробувальну схему і методику комплексних досліджень для одержання експериментальних значень коефіцієнта  $K_c^{exp}$ , ефектної поверхневої енергії  $\gamma^{exp}$  і розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$  та зв'язку між цими параметрами і навантаженнями енергії сигналів  $SE_q$ .

2. На підставі виконаних експериментальних досліджень на позацентровий розтяг дископодібних бетонних зразків різного складу і міцності бетону, отримано характеристики тріщиностійкості бетонів, зокрема коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ , ефективну поверхневу енергію  $\gamma^{exp}$  та розкриття берегів у вершині тріщини  $\delta_c^{exp}$ .

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

3. Одержано дані про максимальні відносні розтягуючі деформації попереду концентратора на ступенях навантаження для різних складів і міцності бетонів. Встановлено, експериментально-теоретичну залежність між розкриттям берегів тріщини  $\delta_c^{exp}$  від зміни міцності бетону при позацентровому розтягу  $f_{ctk}$  та показано, що залежність (1) можна застосовувати також і для визначення  $f_{ctk}$  для важких бетонів.

4. Випробуваннями бетонних дископодібних зразків на позацентровий розтяг встановлено, що для них існує залежність експоненціального виду між накопиченням енергії сигналів  $SE_q$ , максимальним навантаженням та коефіцієнтом інтенсивності напружень  $K_c^{exp}$ .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Берг, О. Я. (1967). Некоторые вопросы деформирования и прочности бетона. *Известие вузов Строительство и архитектура*, 10, 41-55.
- Берг, О. Я., Щербакова, Е. Н., & Писанко, Г. Н. (1971). *Высокопрочный бетон*. Москва: Стройиздат.
- Бордюгов, Д. М., & Ерминсон, А. Л. (1992). Энергия акустической эмиссии в процессе разрушения бетона. *Дефектоскопия*, 9, 27-31.
- Дем'ян, М. Л., Лучко, Й. Й., & Варшава, С. С. (2000). Нові типи тензорезистивних датчиків із напівпровідникових ниткоподібних кристалів. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 6, 97-100.
- Коваль, П. М., Лучко, Й. Й., & Сташук, А. М. (2004). Дослідження зв'язку між характеристиками тріщиностійкості і параметрами вимірювання акустичної емісії у важких бетонах. *Діагностика довговічності та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*, 6, 48-52.
- Коваль, П. М., & Сташук, П. М. (2001). Перспективи технічної діагностики мостів з використанням методу акустичної емісії. *Будівельні конструкції. «Реконструкція будівель та споруд. Дослідження та проблема»*, 310-316.
- Коваль, П. М., Лучко, Й. Й., & Фаль, А. Є. (2003). Проблеми забезпечення довговічності автодорожніх мостів зі струнобетонними прогоновими будовами. *Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*, 5, 58-64.
- Либацкий, Л. Л. (1969). Разрыв сосредоточенными силами диска с внешней трещиной. *Физико-химическая механика материалов*, 36, 736-748.
- Лучко, Й. Й. (1997). *Методи оцінки несучої здатності і підвищення тріщиностійкості залізобетонних елементів конструкцій*. Львів: Слово і комерція.
- Лучко, Й. Й. (1999). Визначення залишкової довговічності залізобетонних балкових елементів на основі механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 5, 83-90.
- Лучко, Й. Й. (2001). Метод розрахунку довговічності залізобетонних конструкцій з позицій механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 6, 75-84.
- Лучко, Й. Й. (2020). *Методи дослідження та випробування будівельних матеріалів і конструкцій*. Львів: Левада.
- Лучко Й. Й., Коваль П. М., & Корнієв М. М. (2005). *Мости: конструкції та надійність*. Львів: Каменяр.
- Лучко, Й. Й., Коваль, П. М., & Штаюра, С. Т. (2002). Порівняння силового та енергетичного підходів під час визначення характеристик тріщиностійкості бетону. *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій*, 5, 241-248.
- Лучко, Й. Й., & Лазар, В. Ф. (2002). Розрахунок напружень та оцінка міцності і тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів. *Міжнародний науково-технічний журнал. Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 1, 107-116.
- Лучко, Й. Й., Лазар, В. Ф., & Чубріков, В. М. (2001). Міцність залізобетонного елемента з тріщиною з погляду механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 1, 27-36.
- Лучко, Й. Й., Сулим, Г. Т. & Кир'ян, В. І. (2004). *Механіка руйнування мостових конструкцій та методи прогнозування їх залишкової довговічності*. Львів: Каменяр.
- Лучко, Й. Й., Чубріков, В. М., & Лазар, В. Ф. (1999). *Міцність, тріщиностійкість і довговічність бетонних та залізобетонних конструкцій на засадах механіки руйнування*. Львів: Каменяр.
- Муравин, Г. Б., Лезвинская, Л. М., & Шип, В. В. (1993). Акустическая эмиссия и критерии разрушения. *Дефектоскопия*, 8, 5-16.
- Панасюк, В. В. (1968). Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. *Наукова думка*, 268.
- Панасюк, В. В., Ковчик, С. Э. & Нагирный, Л. В. (1973). К вопросу о методах определения материала распространению трещин. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*, 2, 75-79.
- Панасюк, В. В., Лучко, Й. Й., & Коваль, П. М. (2002). Оцінка ресурсу конструкцій мостів. *Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*, 4, 145-154.
- Штаюра, С. Т., Сташук, П. М., & Дем'ян, М. Л. (2001). Методика та експериментальні дослідження тріщиностійкості бетонів. *Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*, 3, 201-209.

J. J. LUCHKO\*

\*Department of Building Structures, Lviv National University of Nature Management, V. Velykoho Street, 1, Dublyany, Ukraine, 80381, tel. +38 (097) 033 18 36, e-mail lychko.diit@gmail.com, ORCID 0000-0002-3675-0503

## DETERMINATION OF CRACK RESISTANCE OF CONCRETE ON THE BASIS OF DESTRUCTION MECHANICS

**Purpose** The objective of the paper is to study and generalize the characteristics of heavy concretes crack resistance based on real experimental research, – the coefficient of stress intensity  $K_c^{exp}$ , the coefficient of energy characteristic of effective surface energy  $\gamma^{exp}$ , opening the banks at the top of the crack  $\delta_c^{exp}$  and establishing the dependence of acoustic emission  $AE-SE_q$  with the specified parameters of concrete crack resistance and in accordance with current standards. **Methodology.** To achieve this goal, a review and synthesis of scientific and technical sources were made and comprehensive experimental and analytical studies were conducted  $K_c^{exp}$ ,  $\gamma^{exp}$ ,  $\delta_c^{exp}$  and the dependences of acoustic emission are established  $AE-SE_q$  with the specified parameters of crack resistance of concrete and in accordance with current standards. A series of experiments was made to study the concrete crack resistance, in particular, to determine the stress intensity coefficient (SIC). In parallel, the relationship with the measurement parameters of AE acoustic emission in heavy concretes of five series of different composition and strength was studied. Longitudinal and transverse deformations were measured with indicators, which made it possible to determine the Poisson's coefficient  $\nu$ . Under load, fracture diagrams were recorded on a two – coordinate recorder in the coordinates "Force P-opening of the crack  $v$  on the line of force action". **Results.** The analysis of scientific and technical sources of domestic and foreign materials for determining the heavy concretes crack resistance is carried out. The characteristics of crack resistance of concrete various compositions and strength, in particular the coefficient of stress intensity, are obtained  $K_c^{exp}$  of the coefficient of energy characteristic of effective surface energy  $\gamma^{exp}$ , opening the banks at the top of the crack  $\delta_c^{exp}$  and the corresponding dependencies are installed  $AE-SE_q$  with the specified parameters of concrete crack resistance. The stress intensity coefficient is determined with the parameters  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  when loading with concentrated forces at certain points of applying the load. The influence function of geometric parameters of the sample is also determined  $f(\alpha_0, \beta_0, \varepsilon)$ , which was determined by calibration curves. A diagram of calculating the energy balance and a graph of load changes from the intensity AE are obtained. Based on the P-v diagrams, a formula is obtained for determining  $\delta_c^{theor}$  at the top of the crack and graphical dependency  $\delta_c$  from change  $f_{crit}$ . The experimentally known ratio of fracture mechanics is tested  $\delta_c \sigma_0 = 2\gamma$ . **Scientific novelty.** This paper summarizes a number of experimental and theoretical researching the heavy concrete crack resistance features based on fracture mechanics. In particular, the following was specified and established: stress intensity factor  $K_c^{exp}$ ; surface energy coefficient  $\gamma^{exp}$ ; opening the banks at the crack tip  $\delta_c^{exp}$ ; the dependences between  $AE-SE_q$  with the specified parameters of concrete crack resistance are established; the classical relation of fracture mechanics  $\sigma_0 \delta_c = 2\gamma$  for concretes is confirmed. In addition, based on the fracture mechanics approaches for five series of concrete disk samples the force  $K_c$ , energy  $\gamma$  and deformation  $\delta_c$  crack resistance features are determined by independent experimental methods. **Practical significance.** The comparison of the specified approaches of fracture mechanics is carried out and satisfactory convergence of the received results for heavy concretes is established.

**Keywords:** concrete; disk samples; crack resistance; intensity factor; surface energy; crack opening

### REFERENCES

- Berg, O. Ya. (1967). Nekotorye voprosy deformirovaniya i prochnosti betona. *Izvestie vuzov Stroitel-stvo i arkhitektura*, 10, 41-55. (in Russian)
- Berg, O. Ya., Shcherbakova, Ye. N., & Pisanko, G. N. (1971). *Vysokoprochnyy beton*. Moskva: Stroyizdat. (in Russian)
- Bordyugov, D. M., & Yerminson, A. L. (1992). Energiya akusticheskoy emissii v protsesse razrusheniya betona. *Defektoskopiya*, 9, 27-31. (in Russian)
- Demian, M. L., Luchko, Y. Y., & Varshava, S. S. (2000). Novi typy tenzorezystyvnykh datchykyv iz napivprovidnykovykh nytkopodibnykh krystaliv. *Fyzyko-khimichna mekhanika materialiv*, 6, 97-100. (in Ukrainian)
- Koval, P. M., Luchko, Y. Y., & Stashchuk, A. M. (2004). Doslidzhennia zviazku mizh kharakterystykamy trishchylnosti i parametramy vymiriuvannia akustychnoi emissii u vazhkykh betonakh. *Diahnostyka dovhovichmist ta rekonstruktsiia mostiv i budivelnykh konstruksii*, 6, 48-52. (in Ukrainian)

## МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

- Koval, P. M., & Stashuk, P. M. (2001). Perspektyvy tekhnichnoi diahnostryky mostiv z vykorystanniam metodu akustichnoi emisii. *Budivelni konstruksii. «Rekonstruksii budivel ta sporud. Doslidzhennia ta problema»*, 310-316. (in Ukrainian)
- Koval, P. M., Luchko, Y. Y., & Fal, A. Ye. (2003) Problemy zabezpechennia dovhovichnosti avtodorozhnikh mostiv zi strunobetonnyimi prohonovymy budovamy. *Diahnostryka, dovhovichnist ta rekonstruksii mostiv i budivelnykh konstruksii*, 5, 58-64. (in Ukrainian)
- Libatskiy, L. L. (1969). Razryv sosredotochennymi silami diska s vneshney treshchinoy. *Fiziko-khimicheskaya mekhanika materialov*, 36, 736-748. (in Russian)
- Luchko, Y. Y. (1997). *Metody otsinky nesuchoi zdatnosti i pidvyshchennia trishchynostiikosti zalizobetonnykh elementiv konstruksii*. Lviv: Slovo i komertsii. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y. (1999). Vyznachennia zalyshkovoї dovhovichnosti zalizobetonnykh balkovykh elementiv na osnovi mekhaniky ruinuvannia. *Fizyko-khimichna mekhanika materialiv*, 5, 83-90. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y. (2001). Metod rozrakhunku dovhovichnosti zalizobetonnykh konstruksii z pozytsii mekhaniky ruinuvannia. *Fizyko-khimichna mekhanika materialiv*, 6, 75-84. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y. (2020). *Metody doslidzhennia ta vyprobuvannia budivelnykh materialiv i konstruksii*. Lviv: Levada. (in Ukrainian)
- Luchko Y. Y., Koval P. M., & Korniiiev M. M. (2005). *Mosty: konstruksii ta nadiinist*. Lviv: Kameniar. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y., Koval, P. M., & Shtaiura, S. T. (2002) Porivniannia sylovoho ta enerhetychnoho pidkhodiv pid chas vyznachennia kharakterystyk trishchynostiikosti betonu. *Mekhanika i fizyka ruinuvannia budivelnykh materialiv ta konstruksii*, 5, 241-248. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y., & Lazar, V. F. (2002). Rozrakhunok napruzhen ta otsinka mitsnosti i trishchynostiikosti zalizobetonnykh balkovykh elementiv. *Mizhnarodnyi naukovo-tekhnichnyi zhurnal. Fizyko-khimichna mekhanika materialiv*, 1, 107-116. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y., Lazar, V. F., & Chubrikov, V. M. (2001). Mitsnist zalizobetonnoho elementa z trishchynoiu z pohliadu mekhaniky ruinuvannia. *Fizyko-khimichna mekhanika materialiv*, 1, 27-36. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y., Sulym, H. T. & Kyrian, V. I. (2004). *Mekhanika ruinuvannia mostovykh konstruksii ta metody prohozuvannia yikh zalyshkovoї dovhovichnosti*. Lviv: Kameniar. (in Ukrainian)
- Luchko, Y. Y., Chubrikov, V. M., & Lazar, V. F. (1999). *Mitsnist, trishchynostiikist i dovhovichnist betonnykh ta zalizobetonnykh konstruksii na zasadakh mekhaniky ruinuvannia*. Lviv: Kameniar. (in Ukrainian)
- Muravin, G. B., Lezvinskaya, L. M., & Ship, V. V. (1993). Akusticheskaya emissiya i kriterii razrusheniya. *Defektoskopiya*, 8, 5-16. (in Russian)
- Panasyuk, V. V. (1968). Predelnoe ravnovesie khrupkikh tel s treshchinami. *Naukova dumka*, 268. (in Russian)
- Panasyuk, V. V., Kovchik, S. E. & Nagirnyy, L. V. (1973). K voprosu o metodakh opredeleniya materiala rasprostraneniya treshchin. *Fizyko-khimichna mekhanika materialiv*, 2, 75-79. (in Russian)
- Panasiuk, V. V., Luchko, Y. Y., & Koval, P. M. (2002). Otsinka resursu konstruksii mostiv. *Diahnostryka, dovhovichnist ta rekonstruksii mostiv i budivelnykh konstruksii*, 4, 145-154. (in Ukrainian)
- Shtaiura, S. T., Stashuk, P. M., & Demian, M. L. (2001). Metodyka ta eksperymentalni doslidzhennia trishchynostiikosti betoniv. *Diahnostryka, dovhovichnist ta rekonstruksii mostiv i budivelnykh konstruksii*, 3, 201-209. (in Ukrainian)

Надійшла до редколегії 25.04.2022.

Прийнята до друку 13.05.2020.