

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

УДК624.191:519.872

Н. К. ПЕТРОСЯН^{1*}, А. Л. ТЮТЬКИН²

^{1*} Кафедра «Мости и тоннели», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепр, Украина, 49010, тел. +38 (093) 696 14 44, эл. почта vidpsec.mit@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-7500

² Кафедра «Мости и тоннели», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепр, Украина, 49010, тел. +38 (066) 290 45 18, эл. почта alexeytutkin@gmail.com, ORCID 0000-0003-4921-4758

ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕЗАКРЕПЛЕННОЙ ВЫРАБОТКИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ С ЕДИНИЧНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Цель. В статье разработаны основы проведения экспресс-анализа напряженно-деформированного состояния незакрепленной выработки определенного диаметра на основе конечно-элементного анализа модели с единичными параметрами (плотность грунта и его модуль упругости). **Методика.** Для достижения поставленной цели, авторами с позиций теории упругости и основ метода конечных элементов было проведено обоснование формирования напряженного и деформированного состояния вокруг выработок кругового очертания. Разработана конечно-элементная модель выработки кругового очертания. Проведен численный анализ разработанной модели. **Результаты.** Получены параметры напряженно-деформированного состояния конечно-элементной модели выработки кругового очертания с единичными параметрами, а также с конкретными значениями плотности грунта и его модуля упругости. Проведен сравнительный анализ, который позволил определить зависимости между двумя моделями. **Научная новизна.** Установлены закономерности напряженного и деформированного состояний конечно-элементной модели с единичными параметрами, предложены формулы, связывающие параметры ее НДС с моделью с конкретными параметрами (плотность грунта, его модуль упругости). **Практическая значимость.** Предложены формулы перехода от НДС конечно-элементной модели с единичными параметрами для конкретных случаев плотности грунта и его модуля упругости для экспресс-анализа напряженно-деформированного состояния незакрепленной выработки.

Ключевые слова: выработка; напряженно-деформированное состояние; метод конечных элементов; экспресс-анализ; единичные параметры модели

Введение

Аналізу напряженно-деформированного состояния (НДС) незакрепленных отверстий посвящены обстоятельные и репрезентативные труды. В них рассмотрены различные варианты выработок с вариацией геометрических размеров и их формы, деформационных свойств материала, в котором находится отверстие, его плотности и множества других параметров [1-3].

Объем посвященных проблеме незакрепленного отверстия или выработки трудов (около десятков тысяч страниц и более) автоматически подразумевает, что новое исследование НДС таких важных объектов нецелесообразно по причине обстоятельной разработанности вопроса. Однако, не отличаясь ярко выраженной новизной, задача определения НДС выра-

боток все же остается актуальной по причине того, что определение напряжений и перемещений незакрепленного контура является вторым шагом для дальнейших геомеханических расчетов системы «крепление – массив» (первый шаг – определение НДС нетронутого массива). Например, задача об отыскании напряженного состояния вокруг незакрепленной выработки является классической, и разрабатывалась выдающимися авторитетными авторами (И. В. Родин, Г. Н. Савин, К. В. Руппенейт, И. В. Баклашов и многие другие) [2, 4, 5].

Следует отметить, что серьезная разработка этого вопроса все же не позволила получить некоторое универсальное решение для выработки, так как большое число результатов не было приведено в систему. Приближение к данному решению можно получить, проанализировав аналитические решения об определении НДС

© Н. К. Петросян, А. Л. Тютькин, 2017

незакрепленных выработок с позиций численных решений, например, методом конечных элементов (МКЭ).

Цель

Рассмотрение уже известных аналитических решений, ставших классическими, с использованием численных алгоритмов является весьма плодотворным, так как в процессе их разработки используются преимущества как аналитического, так и численного подхода. То есть, при совместном применении приемов этих двух подходов, недостатки каждого минимизируются (а в некоторых случаях полностью исчезают), а преимущества стремятся к максимуму, что доказывается аналитическими построениями и практическими решениями экспресс-анализа НДС незакрепленной выработки на основе модели с единичными параметрами, приведенными ниже.

Методика

В механике подземных сооружений концептуально сформировались два направления в области расчетов: 1) методы, основанные на аналитическом подходе; 2) численные методы. Проведенные многими исследователями аналитические обзоры применения данных методов [4-7] позволяют выделить те особенности, которые им присущи, причем этими особенностями чаще всего являются достоинства и недостатки методов расчета.

Так, методы, основанные на аналитическом подходе, отмечены универсальностью полученных решений, которые можно применять для различных условий, но их недостатком является значительное количество допущений, введенных при их получении. Примером решений аналитическими методами является применение плоских схем для расчета трехсводчатых станций метрополитена колонного и пилонного типов [7, 8], метод Метрогипротранса и О. Е. Бугаевой для расчета тоннелей кругового очертания [9, 10] и многие другие.

Численные методы, в свою очередь, отмечены возможностью расчета множества сложных тоннельных конструкций, но недостатком решений является то, что они относятся к конкретному исследуемому случаю и не могут быть экстраполированы на подобные случаи с измененными свойствами.

И все же в последнее время аналитические методы значительно реже применяются в расчетах тоннельных конструкций, что обусловлено сложностью их применения (усложненный математический аппарат, недостаточная программная реализация и т.д.). Весомым аргументом для применения численных методов является небольшое количество рассчитываемых объектов, конкретный подход к каждому более целесообразен и рационален, чем типовой расчет без учета специфических особенностей поведения сооружения.

Наиболее применяющимся численным методом является МКЭ, что объясняется достаточной разработанностью его основ, интеграции его, как одного из методов теории упругости, в механику сплошных сред, простоты алгоритмизации и, что немаловажно, наличием мощных профессиональных расчетных комплексов (MSC/NASTRAN, ANSYS, PLAXIS, SCAD, LIRA и многие другие). Но в то же время в процессе применения МКЭ в расчетах тоннельных конструкций происходил постепенный отрыв от методологии, разработанной аналитическими методами, что привело к некоторой однобокости исследований в этой области.

Это связано со специфическими особенностями МКЭ, так как для получения точных решений, следует разработать наиболее адекватную реальным условиям КЭ-модель, что является наиболее важным этапом в расчетах. Созданные же КЭ-модели являлись такими объектами математического моделирования, которые были присущи только МКЭ, и их проверка с помощью аналитических методов была затруднительна. Но проблема состоит в том, что часто создание КЭ-модели является сложнейшей задачей, и многие особенности поведения тоннельной конструкции, достаточно разработанные в аналитических методах, не учитываются в силу сложности моделирования. Соответственно, разрыв между двумя подходами увеличивается, что является негативным фактором для развития механики подземных сооружений.

Теоретически процесс создания КЭ-модели заключается в следующем алгоритме:

1. Создание геометрии модели.
2. Задание граничных условий.
3. Задание деформационных характеристик.

4. Приложение нагрузок.

Достаточно часто при создании КЭ-модели в каждом шаге данного алгоритма допускаются небольшие неточности, накопление которых приводит к искажению результатов, причем эти неточности носят формальный характер. Поэтому рассмотрим каждый из шагов алгоритма и разработаем практические рекомендации для разработки адекватной реальным условиям КЭ-модели тоннельной конструкции.

Известно, что численные методы, будучи основанными на принципах вариационного исчисления и реализованными на базе компьютерных программ, не требуют введения в модель дополнительных упрощений, необходимых для реализации решения [10, 11]. Однако полученное численное решение конкретной задачи является уникальным, то есть априори неэкстраполируемым на подобные задачи с несколько измененными характеристиками.

Данное свойство численных методов позиционируется многими авторами, как недостаток [12], хотя получение достаточно точного решения для конкретного расчетного случая иногда важнее, чем получение зависимости, которую можно применить для других случаев, но при ее получении на основе аналитических методов в постановку задачи было заложено некоторое количество допущений, значительно уменьшающих точность решения. Также некоторые исследователи, сравнивая численные и аналитические методы, отмечают, что последние дают возможность получения решений в замкнутом виде, в то время как первые реализуют решение конкретных задач [13]. Данное положение также несколько неверно, так как изложенные ниже результаты исследований позволяют численное решение конкретного случая экстраполировать на другие случаи.

Результаты

Для дальнейшего численного анализа МКЭ, который реализован с использованием профессионального расчетного комплекса Structure CAD for Windows, version 7.31 R.4 (SCAD) [14], воспользуемся разработанными моделями с единичными параметрами. Следует также отметить, что все дальнейшие решения реализуются в упругой постановке, так как решение упругопластической задачи вряд ли можно экстраполировать на подобную задачу с изменен-

ными параметрами.

В исследованных моделях с единичными параметрами точно отражены геометрические параметры выработки, а модуль упругости E и плотность материала γ (породы или грунта) равны единице. Попытка экстраполяции результатов расчета с определенным коэффициентом Пуассона, например, равным $\mu=0,3$, на подобную модель с другим значением коэффициента (например, $\mu=0,2$) оказалось неудачной, так как сложность получаемых зависимостей для напряжений и перемещений по горизонтальной оси, зависящих от этого параметра, не позволяет получить какие-либо простые функциональные зависимости. На рис. 1. приведена конечно-элементная модель весомого породного массива, ослабленного отверстием.

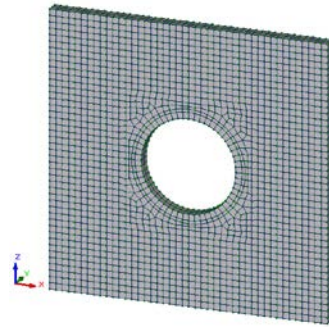


Рис. 1. Конечно-элементная модель породного массива, ослабленного отверстием

КЭ-модель является пространственной на основе объемных конечных элементов, количество узлов – 5 268, конечных элементов – 3 288. Размеры модели: высота – 20 м, ширина – 22 м, толщина – 1 м. Породный массив ослаблен отверстием диаметром 7,5 м. Все узлы модели совместны, размер КЭ – от $0,25 \times 0,25$ до $0,5 \times 0,5$ м, что для модели с такими размерами достаточно для процесса сходимости решения и получения достаточно точных результатов.

Следует также отметить, что рассчитанная модель является совершенно отвлекающей с позиции геометрических размеров и формы, которые могут быть различными, и деформационных характеристик, пределы изменения которых также могут быть заданы не произвольно, а конкретно. Данная модель является иллюстрацией приема определения напряженно-деформированного состояния системы «породный массив, ослабленный выработкой», а не конкретного объекта.

Авторами пропонується система граничних умов, яка розроблена на основі положень аналітичних методів і найбільш адекватна реальним умовам поведінки системи «тоннельна конструкція – оточуючий масив»: верх моделі вільний від граничних умов; низ моделі – заборона переміщень по осям X , Y і Z ; бока моделі – заборони по осі X і Y ; торці моделі – заборона по осі Y .

Постановка граничних умов верху і низу найбільш зрозуміла, умови по боках моделі є наслідком доказів академіка А. Н. Динніка про розподіл вертикальних і горизонтальних напружень в нетронутій масиві ($\varepsilon_z \neq 0; \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$), а заборона по торцях моделює умову плоскої деформації ($\varepsilon_y = 0; \varepsilon_x = \varepsilon_z \neq 0$) [4].

Таким чином, дана система граничних умов, реалізована в КЕ-моделі з використанням досвіду аналітичних представлень поведінки системи «тоннельна конструкція – оточуючий масив» найбільш адекватна реальним умовам. При розробці моделей використовувалися наступні практичні рекомендації [15]:

1. При створенні геометрії моделі, крім відображення реальних розмірів споруди, слід звернути увагу на збіжність ре-

зультату при зміні розмірів КЕ, а також розмірів розрахункової області. Основною рекомендацією є те, що модель повинна бути просторовою на основі об'ємних КЕ, як найбільш адекватна реальним конструкціям.

2. При накладенні граничних умов можна використовувати запропоновану авторами систему, як найбільш адекватну роботі тоннельних конструкцій.

3. При визначенні деформаційних характеристик частин системи «тоннельна конструкція – оточуючий масив» слід імітувати в КЕ-моделі їх зміну за допомогою результатів лабораторних випробувань.

4. Найбільш адекватним навантаженням моделі є власний вага, що дозволяє не вводити в розрахунок додаткові допущення і веде до підвищення точності отриманих результатів.

Приводимі нижче результати дослідження даної моделі повністю відповідають принципам теорії еластичності, однак ніде не привелися в вигляді систематизованих положень і, тим більше, формул. Проведення розрахунку КЕ-моделі з одиничними параметрами (див. рис. 1) дали наступні результати (рис. 2).

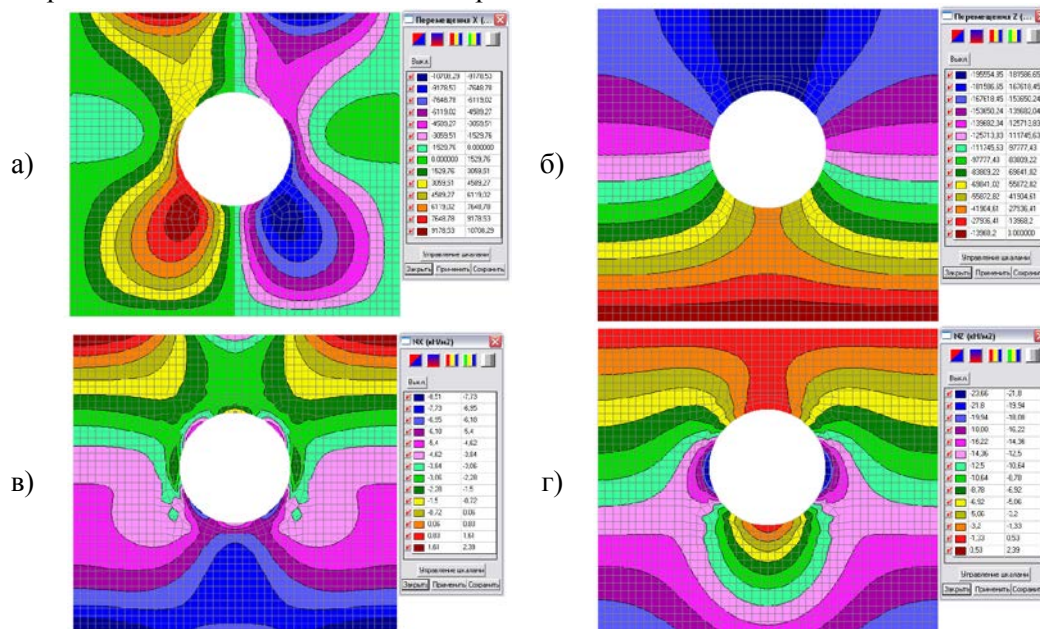


Рис. 2. Результати розрахунку КЕ-моделі з одиничними параметрами:
а) переміщення по горизонтальній осі; б) переміщення по вертикальній осі;
в) напруження по горизонтальній осі; г) напруження по вертикальній осі

Получив распределения изополей напряжений и перемещений в модели с единичными параметрами достаточно легко перейти к реальному случаю:

1) для получения реальных перемещений S_r следует перемещения в модели с единичными параметрами S_e перемножить со значением реального удельного веса γ_r и разделить их на реальное значение модуля упругости E_r и единичное значение удельного веса γ_e :

$$S_r = S_e \frac{\gamma_r}{\gamma_e E_r}.$$

2) для получения реальных напряжений σ_r следует напряжения в модели с единичными параметрами σ_e перемножить со значением реального удельного веса γ_r и разделить на единичное значение удельного веса γ_e :

$$\sigma_r = \sigma_e \frac{\gamma_r}{\gamma_e}.$$

Для примера проверки верности формул ниже приводятся результаты расчета КЭ-модели со следующими значениями параметров: модуль упругости $E_r = 35$ кПа; удельный вес $\gamma_r = 20$ кН/м³ (рис. 3).

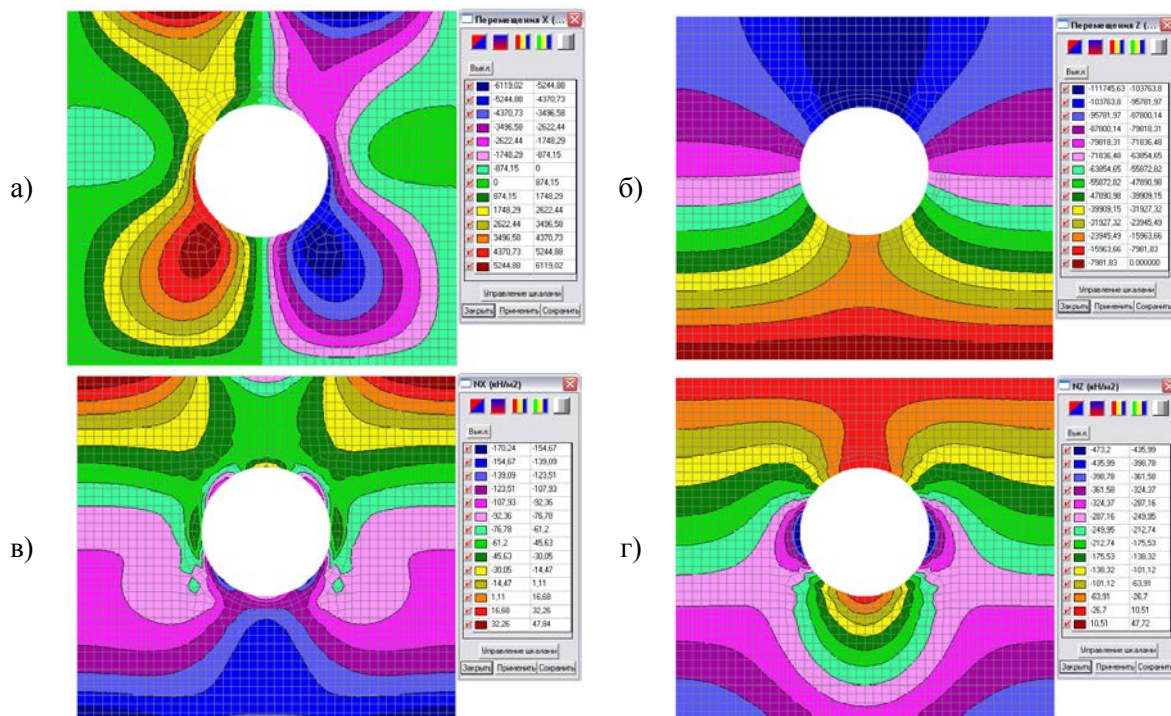


Рис. 3. Результаты расчета КЭ-модели с конкретными параметрами: а) перемещения по горизонтальной оси; б) перемещения по вертикальной оси; в) напряжения по горизонтальной оси; г) напряжения по вертикальной оси

Как видно из представленных результатов численных расчетов (рис. 2 и 3), изолинии и изополя напряженного и деформированного состояний идентичны в качественном отношении, а количественно их отличия можно получить по формулам, представленным выше. Так, если напряжения, обозначенные в распашном окне правее картин перемещений на рис. 2, а) и б) умножить на 20 (реальный удельный вес) и разделить на 1 (единичное значение удельного веса) и 35 (модуль упругости), то получатся

значения перемещений на рис. 3, а) и б); если же значения напряжений на рис. 2, в) и г) умножить на 20 (реальный удельный вес) и разделить на 1 (единичное значение удельного веса), то получатся значения напряжений на рис. 3, в) и г).

Научная новизна и практическая значимость

Установлены закономерности напряженного и деформированного состояний конечно-

элементной модели с единичными параметрами, предложены формулы, связывающие параметры ее НДС с моделью с конкретными параметрами (плотность грунта, его модуль упругости). Предложены формулы перехода от НДС конечно-элементной модели с единичными параметрами для конкретных случаев плотности грунта и его модуля упругости для экспресс-анализа напряженно-деформированного состояния незакрепленной выработки.

Выводы

Для определения НДС незакрепленных выработок определенного диаметра достаточно провести один численный расчет КЭ-модели с единичными параметрами и с помощью простых аналитических формул перевести НДС этой модели для всех возможных случаев реальных выработок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лехницкий, С. Г. Распределение напряжений вблизи горизонтальной выработки эллиптического сечения в трансверсально-изотропном массиве с наклонными плоскостями анизотропии [Текст] / С. Г. Лехницкий // Механика твердого тела. – Москва : МГУ, 1966. – С. 54-62.
2. Савин, Г. Н. Распределение напряжений около отверстий [Текст] / Г. Н. Савин. – Киев : Наукова думка, 1968. – 888 с.
3. Сажин, В. С. Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг горных выработок различного очертания [Текст] / В. С. Сажин. – Москва : Наука, 1968. – 94 с.
4. Баклашов, И. В. Механика подземных сооружений и конструкции крепей [Текст] / И. В. Баклашов, Б. А. Картозия. – Москва : Недра, 1984. – 415 с.
5. Шашенко, А. Н. Геомеханические процессы в породных массивах [Текст] / А. Н. Шашенко, Т. Майхерчик, Е. А. Сдвижкова. – Днепропетровск : Национальный горный университет, 2005. – 319 с.
6. Петренко, В. І. Розрахунок трисклепінчастих станцій метрополітену глибокого закладення [Текст] / В. І. Петренко, В. Д. Петренко, О. Л. Тютькін. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2004. – 176 с.
7. Фролов, Ю. С. Метрополитены. Учебник для вузов [Текст] / Ю. С. Фролов, Д. М. Голицынский, А. П. Ледаев. – Москва : Желдориздат, 2001. – 528 с.
8. Tiutkin, O. L. Analysis of deformed state structures of the Kyiv metro running tunnels on a transition zone from spondylov's clay to buchatskiy sands / V. D. Petrenko, V. T. Huzchenko, O. L. Tiutkin, D. V. Tiutkin // Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport, 2014. – No 4(52). – pp. 127-138.
9. Тютькін, О. Л. Розробка теоретичних основ модифікованого методу розрахунку тунелів колового окреслення [Текст] / О. Л. Тютькін, В. А. Мірошник // Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика, 2012. – Вип. 2. – С. 96-100.
10. Мостков, В. М. Подземные гидротехнические сооружения [Текст] // Под ред. В. М. Мосткова. – Москва : Высшая школа, 1986. – 464 с.
11. Амусин, Б. З. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики [Текст] / Б. З. Амусин, А. Б. Фадеев. – Москва : Недра, 1975. – 144 с.
12. Фотиева, Н. Н. Расчет крепи подземных сооружений в сейсмически активных районах [Текст] / Н. Н. Фотиева. – Москва : Недра, 1980. – 222 с.
13. Булычев, Н. С. От гипотез горного давления к теории расчета подземных сооружений [Текст] / Н. С. Булычев // Международная конференция «Подземное строительство России на рубеже XXI века», Москва, 15-16 марта 2000 года – С. 105-111.
14. SCAD для пользователя / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер, М. А. Перельмутер, А. Н. Трофимчук. – Киев : ВВП «Компас», 2000. – 332 с.
15. Петренко, В. І. Станції метрополітену: конструкції та спорудження [Текст] / В. І. Петренко, В. Д. Петренко, О. Л. Тютькін. – Дніпропетровськ : Вид-во «Нова ідеологія», 2012. – 164 с.

Н. К. ПЕТРОСЯН^{1*}, О. Л. ТЮТЬКІН²

¹ Кафедра «Мости і тунелі», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (093) 696 14 44, ел. пошта vidpsec.mit@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-7500

² Кафедра «Мости і тунелі», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (066) 290 45 18, ел. пошта alexeyutkin@gmail.com, ORCID 0000-0003-4921-4758

© Н. К. Петросян, А. Л. Тютькін, 2017

ЕКСПРЕС-АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕЗАКРІПЛЕНОЇ ВИРОБКИ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ З ОДИНИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Мета. В статті розроблені основи проведення експрес-аналізу напружено-деформованого стану незакріпленої виробки певного діаметру на основі скінченно-елементного аналізу моделі з одиничними параметрами (густина ґрунту і його модуль пружності). **Методика.** Для досягнення поставленої мети, авторами з позицій теорії пружності і основ методу скінченних елементів було проведено обґрунтування формування напруженого і деформованого стану навколо виробок кругового контуру. Розроблена скінченно-елементна модель виробки кругового контуру. Проведений чисельний аналіз розробленої моделі. **Результати.** Отримані параметри напружено-деформованого стану скінченно-елементної моделі виробки кругового контуру з одиничними параметрами, а також з конкретними значеннями густини ґрунту і його модуля пружності. Проведений порівняльний аналіз, який дозволив визначити залежності між двома моделями. **Наукова новизна.** Встановлені закономірності напруженого і деформованого станів скінченно-елементної моделі з одиничними параметрами, запропоновані формули, що зв'язують параметри її НДС з моделлю з конкретними параметрами (густина ґрунту, його модуль пружності). **Практична значимість.** Запропоновані формули переходу від НДС скінченно-елементної моделі з одиничними параметрами для конкретних випадків густини ґрунту і його модуля пружності для експрес-аналізу напружено-деформованого стану незакріпленої виробки.

Ключові слова: виробка; напружено-деформований стан; метод скінченних елементів; експрес-аналіз; одиничні параметри моделі

N. K. PETROSIAN^{1*}, O. L. TIUTKIN²

^{1*} Department «Bridges and Tunnels» of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan Str., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (093) 696 14 44, e-mail vidpsec.mit@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-7500

² Department «Bridges and Tunnels» of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan Str., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (066) 290 45 18, e-mail alexeytutkin@gmail.com, ORCID 0000-0003-4921-4758

EXPRESS-ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE UNFASTENED EXCAVATION ON THE BASIS OF MODEL WITH SINGLE PARAMETERS

Purpose. Bases of conducting of the express-analysis of the stress-strain state of the unfastened excavation of certain diameter on the basis of finite elements analysis of model with single parameters (closeness of soil and his module of resiliency) are developed in the article. **Methodology.** To achieve this goal, the authors, from the standpoint of the theory of elasticity and the fundamentals of the finite element method, carried out a justification for the development of the stress-strain state around the excavation of a circular outline. A finite element model for the excavation of a circular shape has been developed. The numerical analysis of the developed model is carried out. **Findings.** The parameters of the stress-strain state of a finite-element model for excavation of a circular outline with single parameters, as well as with specific values of the density of the soil and its elastic modulus, are obtained. A comparative analysis was carried out, which allowed to determine the dependencies between the two models. **Originality.** The regularities of the stressed and deformed states of a finite-element model with single parameters are established, formulas relating its SSS parameters to a model with specific parameters are proposed. (soil density, its modulus of elasticity). **Practical value.** The formulas for the transition from the SSS of a finite-element model with single parameters for specific cases of soil density and its modulus of elasticity are proposed for express analysis of the stress-strain state of the unfastened excavation.

Keywords: excavation; stress-strain state; finite element method; express analysis; single model parameters

REFERENCES

1. Lehnickij S. G. Raspredelenie naprjazhenij vblizi gorizontal'noj vyrabotki jellipticheskogo sechenija v transversal'no-izotropnom massive s naklonnymi ploskostjami anizotropii [Stress distribution near the horizontal development of an elliptical section in a transversely isotropic array with inclined anisotropy planes]. *Mehanika tverdogo tela – Solid mechanics*. Moscow, MGU Publ., 1966. pp. 54-62.
2. Savin G. N. *Raspredelenie naprjazhenij okolo otverstij* [Stress distribution near the holes]. Kyjiv, Naukova dumka Publ., 1968. 888 p.
3. Sazhin V. S. *Uprugo-plasticheskoe raspredelenie naprjazhenij vokrug gornyh vyrabotok razlichnogo ochertanija* [Elastic-plastic stress distribution around mine workings of various shapes]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 94 p.
4. Baklashov I. V., Kartozija B. A. *Mehanika podzemnyh sooruzhenij i konstrukcii krepej* [Mechanics of underground structures and construction of supports]. Moscow, Nedra Publ., 1984. 415 p.
5. Shashenko A. N., Majherchik T., Sdvizhkova E. A. *Geomechanicheskie processy v porodnyh massivah* [Geomechanical processes in rock masses]. Dnepropetrovsk, Nacionalnyj gornyj universitet Publ., 2005. 319 p.
6. Petrenko V. I., Petrenko V. D., Tjutjkin O. L. *Rozrakhunok trysklepinchastykh stancij metropolitenu ghlybokogho zakladennja* [Calculation of three-section subway deep underground stations]. Dnipropetrovsk, Nauka i osvita Publ., 2004. 176 p.
7. Frolov Ju. S., Golicynskij D. M., Ledjaev A. P. *Metropoliteny. Uchebnyk dlja vuzov* [Subways. Textbook for universities]. Moscow, Zheldorizdat Publ., 2001. 528 p.
8. Tiutkin O. L., Petrenko V. D., Huzchenko V. T., Tiutkin D. V. Analysis of deformed state structures of the Kyiv metro running tunnels on a transition zone from spondylov's clay to buchatskiy sands. *Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 2014. № 4(52). pp. 127-138.
9. Tjutjkin O. L., Miroshnyk V. A. Rozrobka teoretychnykh osnov modyfikovanogho metodu rozrakhunku tuneliv kolovogho okreslennja [Development of theoretical bases of the modified method of calculating tunnel shifts]. *Mosty ta tuneli: teoriia, doslidzhennia, praktyka – Bridges and tunnels : theory, research, practice*, 2012, issue 2. pp. 96-100.
10. Mostkov V. M. *Podzemnye gidrotehnicheskie sooruzhenija. Pod red. V. M. Mostkova* [Underground hydraulic structures. Ed. V. M. Mostkov]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1986. 464 p.
11. Amusin B. Z., Fadeev A. B. *Metod konechnykh jelementov pri reshenii zadach gornoj geomehaniki* [The finite element method for solving problems of mining geomechanics]. Moscow, Nedra Publ., 1975. 144 p.
12. Fotieva N. N. *Raschet krepj podzemnyh sooruzhenij v sejsmicheski aktivnyh rajonah* [Calculation of lining underground structures in seismically active areas]. Moscow, Nedra Publ., 1980. 222 p.
13. Bulychev N. S. Ot gipotez gornogo davlenija k teorii rascheta podzemnyh sooruzhenij [From the hypotheses of rock pressure to the theory of calculation of underground structures] *Mezhdunarodnaja konferencija «Podzemnoe stroitel'stvo Rossii na rubezhe XXI veka», Moskva, 15-16 marta 2000 goda* [International Conference «Underground construction of Russia at the turn of the XXI century», Moscow, March 15-16, 2000]. Moscow, TAR Publ., 2000. pp. 105-111.
14. Karpilovskij V. S., Kriksunov E. Z., Perelmuter A. V. i dr. *SCAD dlya polzovatela* [SCAD user]. Kyjiv, VVP «Kompas» Publ., 2000. 332 p.
15. Petrenko V. I., Petrenko V. D., Tjutjkin O. L. *Stanciji metropolitenu: konstrukcii ta sporudzhenija* [Metro stations: constructions and constructions]. Dnipropetrovsk, Nova ideologhija Publ., 2012. 164 p.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. В. Д. Петренком (Україна), д.т.н, проф. Й. Й. Лучком (Україна).

Надійшла до редколегії 20.12.2017.

Прийнята до друку 28.12.2017.